Example

Determine the tension in cables *BA* and *BC* necessary to support the 60-kg cylinder in Fig. 3–6*a*.

حدد شد الحبال BA و BC اللازم لدعم الأسطوانة التي وزنها 60 كجم في الشكل 3–6a

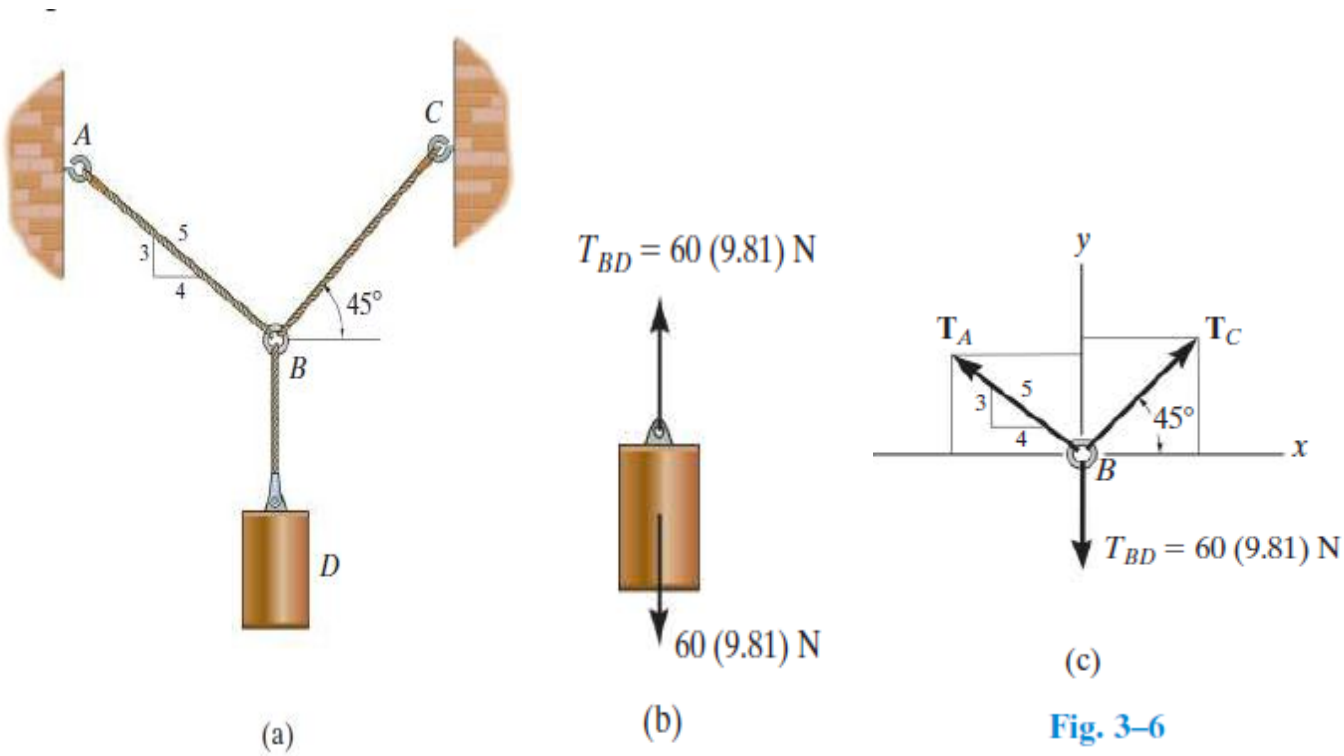


Fig. 3–6

Solution

Free-Body Diagram. Due to equilibrium, the weight of the cylinder causes the tension in cable *BD* to be T_{BD} = 60(9.81) N, Fig. 3–6*b*. The forces in cables *BA* and *BC* can be determined by investigating the equilibrium of ring *B*. Its free-body diagram is shown in Fig. 3–6*c*. The magnitudes of $\mathbf{T}_A$ and $\mathbf{T}_C$ are unknown, but their directions are known.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

Equations of Equilibrium. Applying the equations of equilibrium along the *x* and *y* axes, we have

"مخطط القوى الحرة. بسبب حالة التوازن، فإن وزن الأسطوانة يسبب شد الحبل BD ليكون TBD = 60(9.81) نيوتن، الشكل 3–6b. يمكن تحديد القوى في الحبال BA و BC من خلال دراسة توازن الحلقة B. يظهر مخطط القوى الحرة لها في الشكل 3–6c. إن مقادير TA و TC غير معروفة، لكن اتجاهاتهما معروفة.

معادلات التوازن. بتطبيق معادلات التوازن على المحاور x و y ، نحصل على"

$$\sum F_x = 0; \qquad T_C \cos 45^\circ - (4/5)\, T_A = 0 \qquad (1)$$

$$\sum Fy = 0; \qquad T_C \sin 45^\circ + (3/5)\, T_A - 60(9.81)\ \text{N} = 0 \qquad (2)$$

Equation (1) can be written as $T_A = 0.8839 T_C$. Substituting this into Eq. (2) yields

$$T_C \sin 45^\circ + (3/5)(0.8839 TC) - 60(9.81)\ \text{N} = 0$$

so that

$$T_C = 475.66\ \text{N} = 476\ \text{N}\ \textit{Ans.}$$

Substituting this result into either Eq. (1) or Eq. (2), we get

$$T_A = 420\ \text{N}\ \textit{Ans.}$$

NOTE: The accuracy of these results, of course, depends on the accuracy of the data, i.e., measurements of geometry and loads. For most engineering work involving a problem such as this, the data as measured to three significant figures would be sufficient.

"ملاحظة: تعتمد دقة هذه النتائج، بالطبع، على دقة البيانات، أي قياسات الهندسة والأحمال. بالنسبة لمعظم الأعمال الهندسية التي تتعلق بمشكلة مثل هذه، تكون البيانات المقاسة إلى ثلاثة أرقام معنوية كافية.

Example

Determine the required length of cord *AC* in Fig. 3–8*a* so that the 8-kg lamp can be suspended in the position shown. The *undeformed* length of spring *AB* is $l'_{AB} = 0.4$ m, and the spring has a stiffness of $k_{AB} = 300$ N/m.

حدد الطول المطلوب للحبل AC في الشكل 3–8a بحيث يمكن تعليق المصباح الذي وزنه 8 كجم في الوضع الموضح. الطول غير المشوه للزنبرك AB هو l-AB = 0.4 م، وللزنبرك صلابة kAB = 300 نيوتن/م".

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

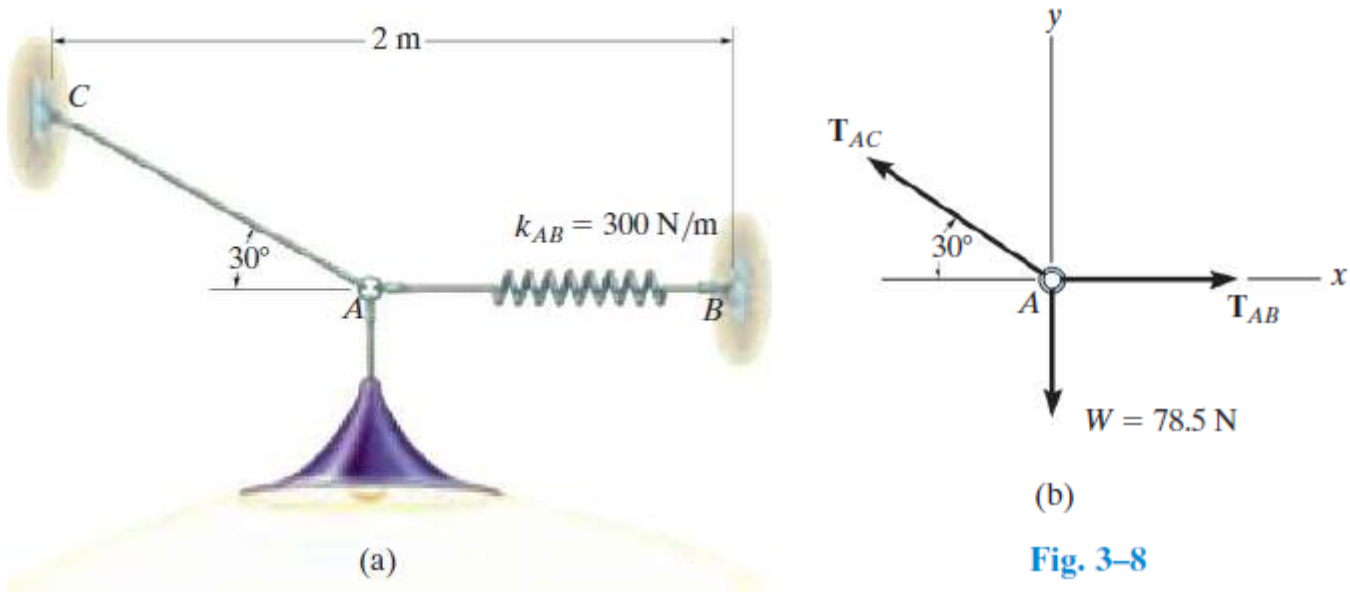


Fig. 3–8

Solution

If the force in spring *AB* is known, the stretch of the spring can be found using $F = ks$. From the problem geometry, it is then possible to calculate the required length of *AC*.

Free-Body Diagram. The lamp has a weight $W = 8(9.81) = 78.5$ N and so the free-body diagram of the ring at *A* is shown in Fig. 3–8*b*.

Equations of Equilibrium. Using the *x*, *y* axes,

إذا كانت القوة في الزنبرك AB معروفة، يمكن إيجاد امتداد الزنبرك باستخدام F = ks. ومن هندسة المسألة، يصبح من الممكن حساب الطول المطلوب للحبل AC.

مخطط القوى الحرة. للمصباح وزن W = 8(9.81) = 78.5 نيوتن، وبالتالي فإن مخطط القوى الحرة للحلقة عند A موضح في الشكل 3–8b

معادلات التوازن. باستخدام المحاور x و y،

$$\sum F_x = 0; \qquad T_{AB} - T_{AC}\cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0; \qquad T_{AC}\sin 30^\circ - 78.5\ \text{N} = 0$$

Solving, we obtain

$$T_{AC} = 157.0\ \text{N}$$

$$T_{AB} = 135.9\ \text{N}$$

The stretch of spring *AB* is therefore

$$T_{AB} = k_{AB}s_{AB}; \qquad 135.9\ \text{N} = 300\ \text{N/m}(s_{AB})$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

$$s_{AB} = 0.453 \text{ m}$$

so the stretched length is

$$l_{AB} = l^{-}_{AB} + s_{AB}$$

$$l_{AB} = 0.4 \text{ m} + 0.453 \text{ m} = 0.853 \text{ m}$$

The horizontal distance from *C* to *B*, Fig. 3–8*a*, requires

$$2 \text{ m} = l_{AC} \cos 30^{\circ} + 0.853 \text{ m}$$

$$l_{AC} = 1.32 \text{ m}$$ ***Ans.***

Three-Dimensional Force Systems

In Section 3.1 we stated that the necessary and sufficient condition for particle equilibrium is

"في القسم 3.1 ذكرنا أن الشرط الضروري والكافي لتوازن الجسيم هو

$$\sum \mathbf{F} = 0 \qquad (3–4)$$

In the case of a three-dimensional force system, as in Fig. 3–9, we can resolve the forces into their respective **i**, **j**, **k** components, so that $\sum F_x\mathbf{i} + \sum F_y\,\mathbf{j} + \sum F_z\mathbf{k} = \mathbf{0}$. To satisfy this equation we require

في حالة نظام القوى ثلاثي الأبعاد، كما في الشكل 3–9، يمكننا تحليل القوى إلى مركباتها i و j و k على التوالي، بحيث $\sum Fxi + \sum Fy\,j + \sum Fzk = 0$. ولإرضاء هذه المعادلة، نحتاج إلى"

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0 \qquad (3–5)$$

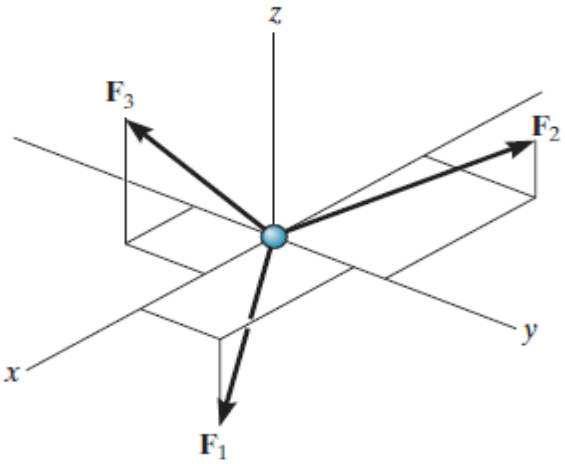
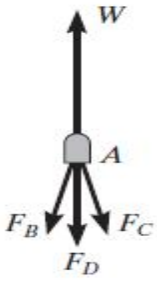


Fig. 3–9



Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

These three equations state that the *algebraic sum* of the components of all the forces acting on the particle along each of the coordinate axes must be zero. Using them we can solve for at most three unknowns, generally represented as coordinate direction angles or magnitudes of forces shown on the particle's free-body diagram.

"تنص هذه المعادلات الثلاث على أن المجموع الجبري لمركبات جميع القوى المؤثرة على الجسيم على طول كل محور من محاور الإحداثيات يجب أن يكون صفرًا. باستخدامها، يمكننا حل ما يصل إلى ثلاثة مجهولات على الأكثر، والتي تمثل عادةً كزوايا اتجاهية للإحداثيات أو مقادير القوى الموضحة في مخطط القوى الحرة للجسيم.

Procedure for Analysis

Three-dimensional force equilibrium problems for a particle can be solved using the following procedure.

إجراء التحليل

يمكن حل مسائل توازن القوى ثلاثية الأبعاد للجسيم باستخدام الإجراء التالي".

Free-Body Diagram.

- Establish the *x, y, z* axes in any suitable orientation.
- Label all the known and unknown force magnitudes and directions on the diagram.
- The sense of a force having an unknown magnitude can be assumed.

مخطط القوى الحرة.

- ضع المحاور x و y و z في أي اتجاه مناسب .
- ضع علامات على جميع مقادير واتجاهات القوى المعروفة وغير المعروفة على المخطط .
- يمكن افتراض اتجاه القوة ذات المقدار غير المعروف .

Equations of Equilibrium.

- Use the scalar equations of equilibrium, $\sum \boldsymbol{F}_x = \mathbf{0}, \sum \boldsymbol{F}_y = \mathbf{0}, \sum \boldsymbol{Fz} = \mathbf{0}$, in cases where it is easy to resolve each force into its ***x, y, z*** components.
- If the three-dimensional geometry appears difficult, then first express each force on the free-body diagram as a Cartesian vector, substitute these vectors into $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$, and then set the **i**, **j**, **k** components equal to zero.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

• If the solution for a force yields a negative result, this indicates that its sense is the reverse of that shown on the free-body diagram.

معادلات التوازن.

- استخدم معادلات التوازن العددية، $\sum Fx = 0$، $\sum Fy = 0$، $\sum Fz = 0$، في الحالات التي يكون من السهل فيها تحليل كل قوة إلى مركباتها x و y و z.
- إذا بدت الهندسة ثلاثية الأبعاد صعبة، فقم أولاً بالتعبير عن كل قوة على مخطط القوى الحرة كمتجه ديكارتي، ثم ضع هذه المتجهات في المعادلة $\sum F = 0$ ، وبعد ذلك اجعل مركبات i و j و k تساوي صفرًا .
- إذا نتج عن حل القوة نتيجة سالبة، فهذا يشير إلى أن اتجاهها معاكس لما هو موضح على مخطط القوى الحرة.

example

A 90-lb load is suspended from the hook shown in Fig. 3–10*a*. If the load is supported by two cables and a spring having a stiffness $k = 500$ lb/ft, determine the force in the cables and the stretch of the spring for equilibrium. Cable *AD* lies in the *x*–*y* plane and cable *AC* lies in the *x*–*z* plane.

يتم تعليق حمولة قدرها 90 رطل من الخطاف الموضح في الشكل 3–10a. إذا كانت الحمولة مدعومة بحبلين وزنبرك له صلابة k = 500 رطل/قدم، فحدد القوة في الحبال وتمدد الزنبرك عند حالة التوازن. الحبل AD يقع في مستوى x–y ، والحبل AC يقع في مستوى x–z."

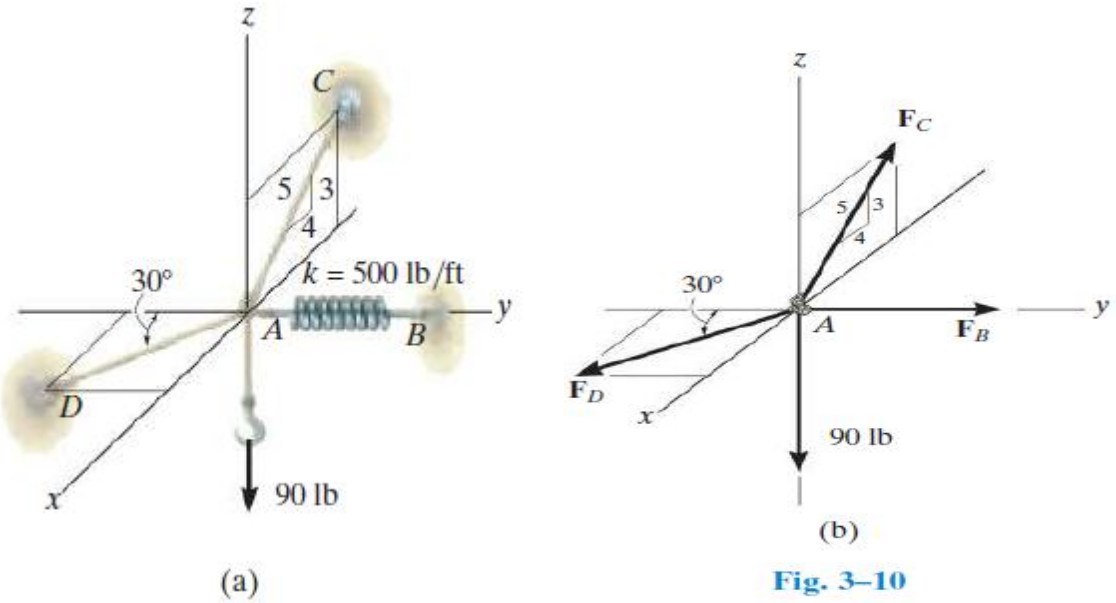


Fig. 3–10

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

Solution

The stretch of the spring can be determined once the force in the spring is determined.

Free-Body Diagram. The connection at *A* is chosen for the equilibrium analysis since the cable forces are concurrent at this point. The free-body diagram is shown in Fig. 3–10*b*.

Equations of Equilibrium. By inspection, each force can easily be resolved into its *x*, *y*, *z* components, and therefore the three scalar equations of equilibrium can be used. Considering components directed along each positive axis as "positive," we have

"يمكن تحديد امتداد الزنبرك بمجرد معرفة القوة المؤثرة عليه.

مخطط القوى الحرة. تم اختيار الوصلة عند النقطة A لتحليل التوازن نظرًا لأن قوى الحبال تتقاطع عند هذه النقطة. يظهر مخطط القوى الحرة في الشكل 3–10b

معادلات التوازن. من خلال المعاينة، يمكن بسهولة تحليل كل قوة إلى مركباتها x و y وz ، وبالتالي يمكن استخدام المعادلات العددية الثلاث للتوازن. بالنظر إلى المركبات الموجهة على طول كل محور موجب على أنها 'موجبة'، نحصل على"

$$\sum F_x = 0; \quad F_D \sin 30^\circ - (4/5)\, F_C = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0; \quad -F_D \cos 30^\circ + F_B = 0 \qquad (2)$$

$$\sum F_z = 0; \quad (3/5)\, F_C - 90 \text{ lb} = 0 \qquad (3)$$

Solving Eq. (3) for F_C, then Eq. (1) for F_D, and finally Eq. (2) for F_B, yields

$$F_C = 150 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

$$F_D = 240 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

$$F_B = 207.8 \text{ lb} = 208 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

The stretch of the spring is therefore $F_B = ks_{AB}$

$$207.8 \text{ lb} = (500 \text{ lb/ft})(s_{AB})$$

$$s_{AB} = 0.416 \text{ ft} \qquad \textit{Ans.}$$

NOTE: Since the results for all the cable forces are positive, each cable is in tension; that is, it pulls on point *A* as expected, Fig. 3–10*b*.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com