Engineering Mechanics (1) - (Static)

Lec (2)

2.1 Scalars and Vectors المقادير القياسية والمتجهات

Many physical quantities in engineering mechanics are measured using either scalars or vectors.

Scalar. A ***scalar*** is any positive or negative physical quantity that can be completely specified by its *magnitude*. Examples of scalar quantities include length, mass, and time.

Vector. A ***vector*** is any physical quantity that requires both a *magnitude* and a *direction* for its complete description. Examples of vectors encountered in statics are force, position, and moment.

يتم قياس العديد من الكميات الفيزيائية في ميكانيكا الهندسة باستخدام المقادير القياسية أو المتجهات.

المقدار القياسي (Scalar): المقدار القياسي هو أي كمية فيزيائية موجبة أو سالبة يمكن تحديدها بالكامل بمقدارها فقط .أمثلة على الكميات القياسية تشمل الطول، الكتلة، والزمن.

المتجه (Vector): المتجه هو أي كمية فيزيائية تتطلب كل من المقدار والاتجاه لوصفها بشكل كامل .أمثلة على المتجهات التي نواجهها في علم الاستاتيكا تشمل القوة، الموقع، والعزم.

A vector is shown graphically by an arrow. The length of the arrow represents the *magnitude* of the vector, and the angle u between the vector and a fixed axis defines the *direction of its line of action*. The head or tip of the arrow indicates the *sense of direction* of the vector, Fig. 2–1.

In print, vector quantities are represented by boldface letters such as **A**, and the magnitude of a vector is italicized, *A*. For handwritten work, it is often convenient to denote a vector quantity by simply drawing an arrow above it, $\vec{A}$.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

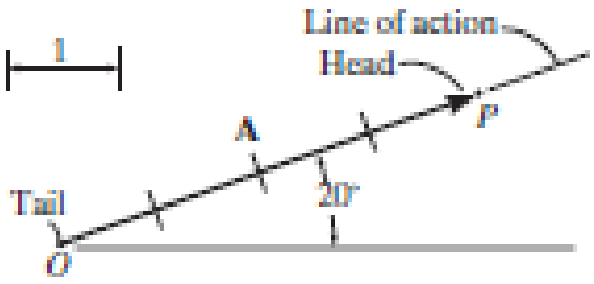


Fig. 2–1

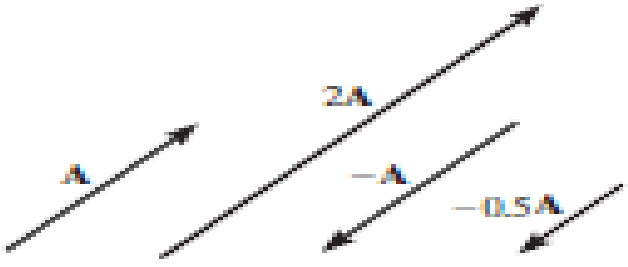
يتم تمثيل المتجه بيانياً بواسطة سهم. يمثل طول السهم مقدار المتجه، والزوايا **θ** بين المتجه ومحور ثابت تحدد اتجاه خط عمله. يشير رأس السهم أو طرفه إلى اتجاه شعاع المتجه، كما في الشكل 2-1.

في الطباعة، يتم تمثيل المتجهات بحروف غامقة مثل **A**، ويتم كتابة مقدار المتجه بخط مائل **A**. في العمل اليدوي، غالباً ما يكون من الملائم الإشارة إلى المتجه برسم سهم فوقه، مثل $\bar{A}$

2.2 Vector Operations عمليات المتجهات

Multiplication and Division of a Vector by a Scalar. If a vector is multiplied by a positive scalar, its magnitude is increased by that amount. Multiplying by a negative scalar will also change the directional sense of the vector. Graphic examples of these operations are shown in Fig. 2–2.

الضرب والقسمة لمتجه بمقدار قياسي (Scalar): إذا تم ضرب متجه بمقدار قياسي موجب، فإن مقداره يزداد بمقدار ذلك العدد .أما إذا تم ضربه بمقدار قياسي سالب، فإن ذلك سيغير أيضًا اتجاه المتجه .أمثلة رسومية لهذه العمليات مبينة في الشكل 2-2.



Scalar multiplication and division

Fig. 2–2

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

Vector Addition. When adding two vectors together it is important to account for both their magnitudes and their directions. To do this we must use the ***parallelogram law of addition***. To illustrate, the two ***component vectors*** **A** and **B** in Fig. 2–3*a* are added to form a ***resultant vector*** **R** = **A** + **B** using the following procedure:

• First join the tails of the components at a point to make them concurrent, Fig. 2–3*b*.

• From the head of **B**, draw a line parallel to **A**. Draw another line from the head of **A** that is parallel to **B**. These two lines intersect at point *P* to form the adjacent sides of a parallelogram.

• The diagonal of this parallelogram that extends to *P* forms **R**, which then represents the resultant vector **R** = **A** + **B**, Fig. 2–3*c*.

جمع المتجهات: عند جمع متجهين معًا، من المهم أخذ كل من المقدار والاتجاه في الاعتبار. للقيام بذلك، يجب استخدام **قاعدة متوازي الأضلاع للجمع**. لتوضيح ذلك، المتجهان المركبان **A** و **B** في الشكل 2-3 a يُجمعان لتكوين متجه محصل **R = A + B** باستخدام الإجراء التالي:

1. أولاً، نوصل ذيول المتجهين عند نقطة واحدة لجعلهما متقابلين، كما في الشكل 2-3 b.
2. من رأس **B**، ارسم خطًا موازٍ لـ **A**. وارسم خطًا آخر من رأس **A** يكون موازياً لـ **B**. هذان الخطان يتقاطعان عند النقطة **P** لتكوين الأضلاع المتجاورة لمتوازي الأضلاع.
3. القطر الذي يمتد إلى **P** يمثل **R**، وهو المتجه المحصل **R = A + B**، كما في الشكل 2-3 c.

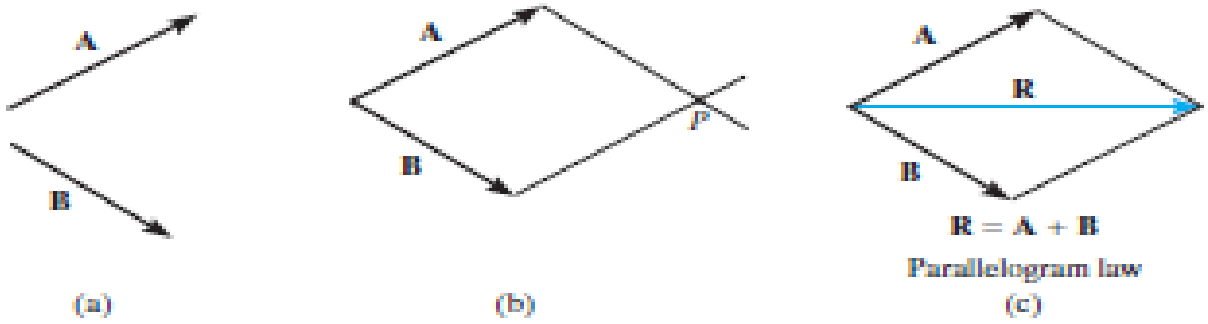


Fig. 2–3

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

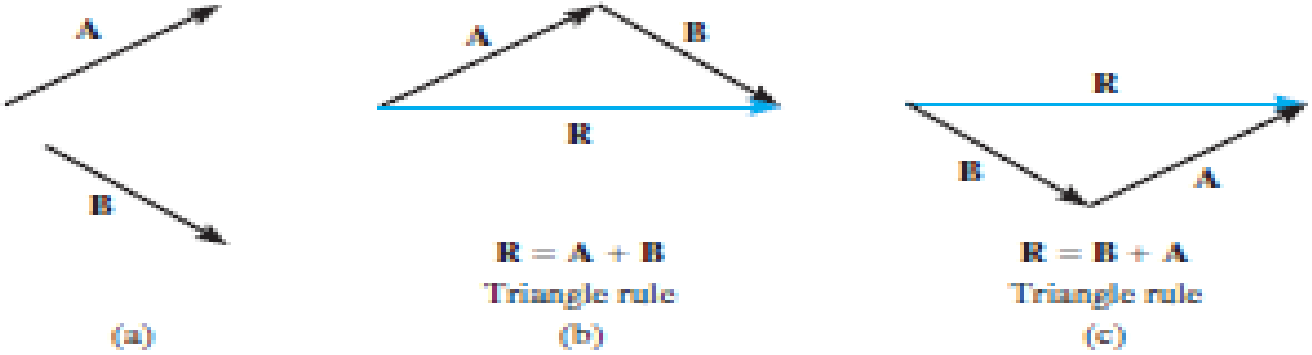
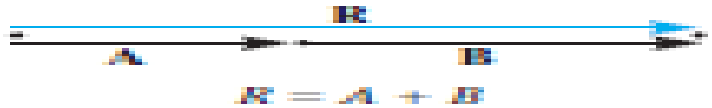


Fig. 2–4

As a special case, if the two vectors **A** and **B** are ***collinear***, i.e., both have the same line of action, the parallelogram law reduces to an *algebraic* or *scalar addition* $R = A + B$, as shown in Fig. 2–5.

كحالة خاصة، إذا كان المتجهان **A** و**B** على نفس الخط، أي لهما **نفس خط العمل**، فإن قاعدة متوازي الأضلاع تتحول إلى **جمع جبري أو جمع قياسي** R=A+B :كما هو موضح في الشكل.



Addition of collinear vectors

Fig. 2–5

Vector Subtraction. The resultant of the *difference* between two vectors **A** and **B** of the same type may be expressed as

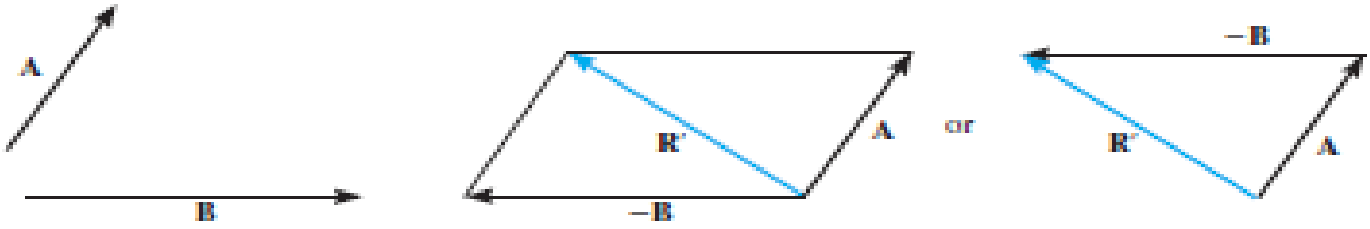
طرح المتجهات المحصلة الناتجة عن الفرق بين متجهين **A** و**B** من نفس النوع يمكن التعبير عنها كالآتي

$$\mathbf{R = A - B = A + (-B)}$$

This vector sum is shown graphically in Fig. 2–6. Subtraction is therefore defined as a special case of addition, so the rules of vector addition also apply to vector subtraction.

هذا الجمع البياني للمتجهات موضح في الشكل 2-6. لذلك، يُعرف الطرح على أنه **حالة خاصة من الجمع**، وبالتالي تنطبق **قواعد جمع المتجهات** أيضًا على طرح المتجهات.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com



Parallelogram law

Vector subtraction

Triangle construction

Fig. 2–6

2.3 Vector Addition of Forces جمع متجهات القوى

Experimental evidence has shown that a force is a vector quantity since it has a specified magnitude, direction, and sense and it adds according to the parallelogram law. Two common problems in statics involve either finding the resultant force, knowing its components, or resolving a known force into two components. We will now describe how each of these problems is solved using the parallelogram law.

أظهرت الأدلة التجريبية أن القوة هي **كمية متجهة**، لأنها لها **مقدار محدد، اتجاه، واتجاه شعاعي(sense)** ، ويمكن جمعها وفق **قاعدة متوازي الأضلاع**.

هناك مشكلتان شائعتان في الاستاتيكا:

1. **إيجاد القوة المحصلة** عند معرفة مكوناتها.
2. **تحليل قوة معروفة** إلى مكونين.

سنصف الآن كيفية حل كل من هاتين المشكلتين باستخدام قاعدة متوازي الأضلاع.

Finding a Resultant Force. The two component forces $\mathbf{F}_1$ and $\mathbf{F}_2$ acting on the pin in Fig. 2–7*a* can be added together to form the resultant force $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$, as shown in Fig. 2–7*b*. From this construction, or using the triangle rule, Fig. 2–7*c*, we can apply the law of cosines or the law of sines to the triangle in order to obtain the magnitude of the resultant force and its direction.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

إيجاد القوة المحصلة المتجهان المكونان $\mathbf{F_1}$ و $\mathbf{F_2}$المؤثران على الدبوس في الشكل 2-7 aيمكن جمعهما لتكوين **القوة المحصلة** $\mathbf{F_R = F_1 + F_2}$ ، كما هو موضح في الشكل 2-7.b

من خلال هذا البناء، أو باستخدام **قاعدة المثلث**، الشكل 2-7c، يمكننا تطبيق **قاعدة الجيب أو قاعدة جيب التمام** على المثلث للحصول على **مقدار القوة المحصلة واتجاهها**.

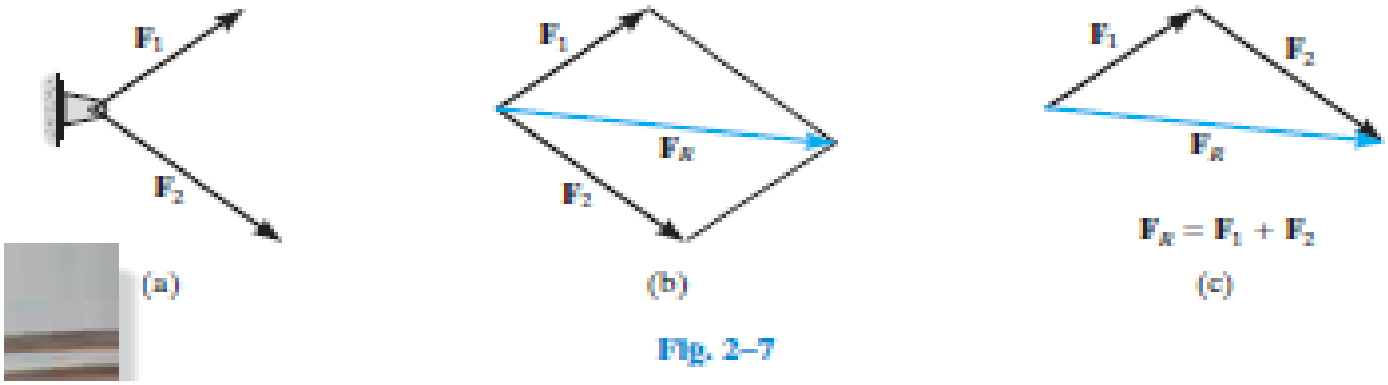


Fig. 2–7

Finding the Components of a Force. Sometimes it is necessary to resolve a force into two *components* in order to study its pulling or pushing effect in two specific directions. For example, in Fig. 2–8*a*, **F** is to be resolved into two components along the two members, defined by the *u* and v axes. In order to determine the magnitude of each component, a parallelogram is constructed first, by drawing lines starting from the tip of **F**, one line parallel to *u*, and the other line parallel to v. These lines then intersect with the v and *u* axes, forming a parallelogram.

إيجاد مكونات القوة أحيانًا يكون من الضروري **تحليل القوة إلى مكونين** لدراسة تأثيرها في اتجاهين محددين.

على سبيل المثال، في الشكل 2-8a، يجب تحليل القوة **F**إلى مكونين على طول العضوين المحددين بمحوري **u** و **v**.

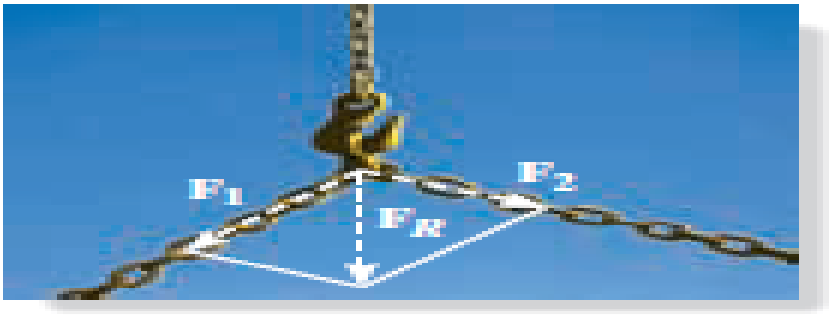
لتحديد مقدار كل مكون، يتم أولاً **بناء متوازي أضلاع**، عن طريق رسم خطوط تبدأ من رأس القوةF ، أحدهما **موازي لمحور u**، والآخر **موازي لمحور v**. بعد ذلك، تتقاطع هذه الخطوط مع المحورين **v** و **u**، مكونة متوازي أضلاع.

The force components $\mathbf{F}_u$ and $\mathbf{F}_v$ are then established by simply joining the tail of **F** to the intersection points on the *u* and v axes, Fig. 2–8*b*. This parallelogram can then be reduced to a

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

triangle, which represents the triangle rule, Fig. 2–8*c*. From this, the law of sines can then be applied to determine the unknown magnitudes of the components.

يتم بعد ذلك تحديد **مكونات القوة** F_u **و** F_v ببساطة عن طريق وصل ذيل F بالنقاط التي تتقاطع مع المحورين **u** و **v**، كما في الشكل 2-8 .b يمكن بعد ذلك **تبسيط متوازي الأضلاع إلى مثلث** يمثل **قاعدة المثلث**، الشكل 2-8 .c من هذا المثلث، يمكن تطبيق **قاعدة الجيوب** لتحديد المقادير المجهولة للمكونات.



The parallelogram law must be used to determine the resultant of the two forces acting on the hook.

يجب استخدام **قاعدة متوازي الأضلاع** لتحديد **المحصلة للقوتين** المؤثرتين على الخطاف.

Using the parallelogram law the supporting force **F** can be resolved into components acting along the *u* and v axes.

باستخدام **قاعدة متوازي الأضلاع**، يمكن **تحليل القوة الداعمة F** إلى **مكونات تعمل على طول المحورين u و v:**

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

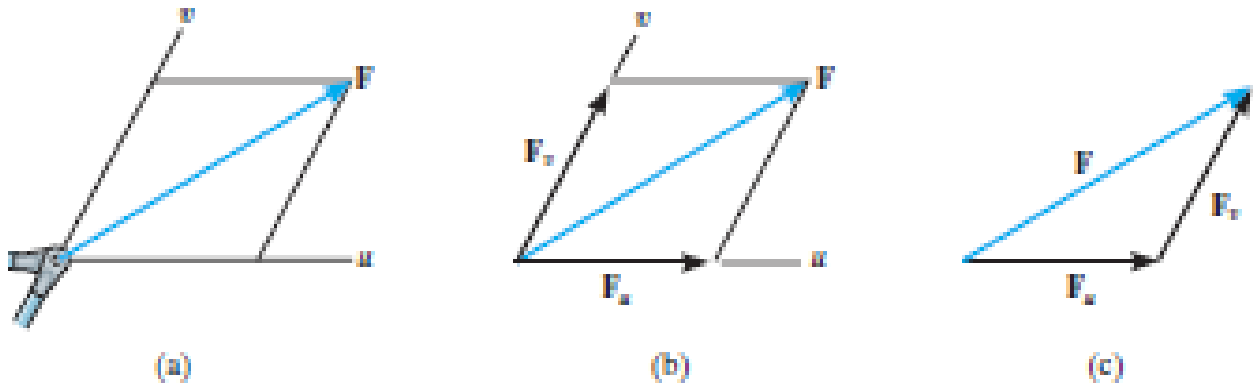


Fig. 2–8

Addition of Several Forces. If more than two forces are to be added, successive applications of the parallelogram law can be carried out in order to obtain the resultant force. For example, if three forces **F**1, **F**2, **F**3 act at a point *O*, Fig. 2–9, the resultant of any two of the forces is found, say, **F**1 + **F**2—and then this resultant is added to the third force, yielding the resultant of all three forces; i.e., **F***R* = (**F**1 + **F**2) + **F**3.

جمع عدة قوى إذا كان هناك أكثر من قوتين يجب جمعهما، يمكن إجراء **تطبيق متكرر لقاعدة متوازي الأضلاع** للحصول على **القوة المحصلة** .على سبيل المثال، إذا كانت ثلاث قوى **F1، F2، F3**تؤثر عند نقطة **O**، كما في الشكل 2-9، يتم أولاً إيجاد **محصلة أي قوتين**، على سبيل المثال F1+F2 :ثم يتم **إضافة هذه المحصلة إلى القوة الثالثة** للحصول على محصلة القوى الثلاث جميعها $F_R=(F_1+F_2)+F_3$

Using the parallelogram law to add more than two forces, as shown here, often requires extensive geometric and trigonometric calculation to determine the numerical values for the magnitude and direction of the resultant. Instead, problems of this type are easily solved by using the "rectangularcomponent method," which is explained in Sec. 2.4.

استخدام **قاعدة متوازي الأضلاع** لجمع أكثر من قوتين، كما هو موضح هنا، غالبًا ما يتطلب **حسابات هندسية وجيبية واسعة** لتحديد القيم العددية لمقدار واتجاه القوة المحصلة .بدلاً من ذلك، تُحل هذه النوعية من المسائل بسهولة باستخدام **طريقة المكونات المستطيلة(Rectangular-Component Method)** ، والتي سيتم شرحها في القسم 2.4.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

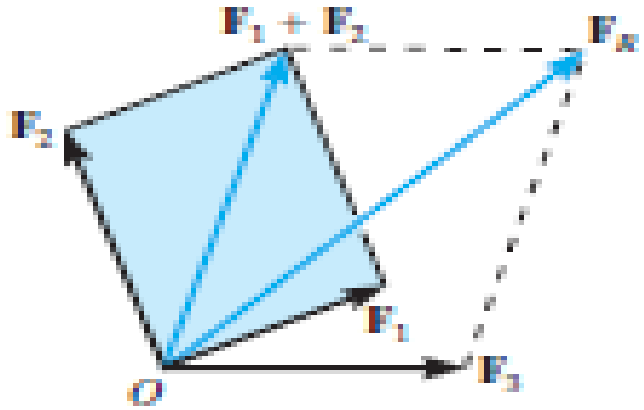


Fig. 2–9

نقاط مهمة(Important Points)

- A scalar is a positive or negative number.
- A vector is a quantity that has a magnitude, direction, and sense.
- Multiplication or division of a vector by a scalar will change the magnitude of the vector. The sense of the vector will change if the scalar is negative.
- As a special case, if the vectors are collinear, the resultant is formed by an algebraic or scalar addition.

- **المقدار القياسي (Scalar)** هو رقم موجب أو سالب.
- **المتجه (Vector)** هو كمية لها **مقدار واتجاه واتجاه شعاعي.(sense)**
- **ضرب أو قسمة متجه بمقدار قياسي** سيغير **مقدار المتجه**، وسيتغير **اتجاه المتجه** إذا كان المقدار القياسي سالبًا.
- **كحالة خاصة**، إذا كانت المتجهات **متزامنة على نفس الخط(collinear)** ، فإن المحصلة يتم تشكيلها **عن طريق جمع جبري أو جمع قياسي.**

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

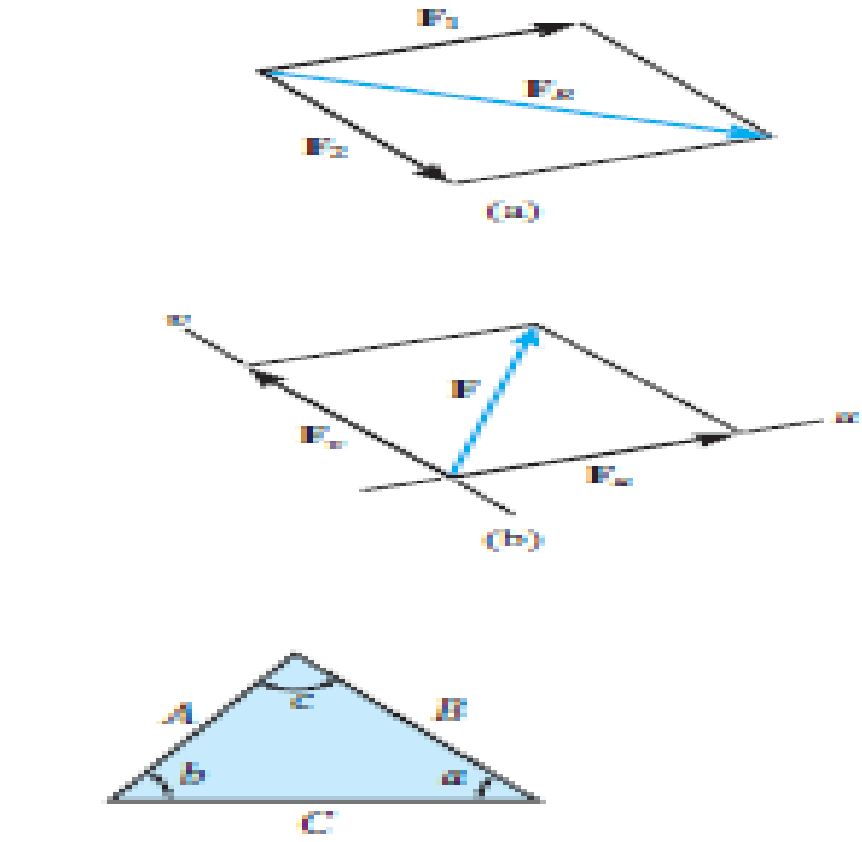


Fig. 2–10

(Procedure for Analysis)إجراءات التحليل

Problems that involve the addition of two forces can be solved as follows:

المسائل التي تتعلق بجمع قوتين يمكن حلها كما يلي:

Parallelogram Law. قاعدة متوازي الأضلاع

• Two "component" forces $\mathbf{F}_1$ and $\mathbf{F}_2$ in Fig. 2–10*a* add according to the parallelogram law, yielding a *resultant* force $\mathbf{F}_R$ that forms the diagonal of the parallelogram.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

• If a force **F** is to be resolved into *components* along two axes *u* and v, Fig. 2–10*b*, then start at the head of force **F** and construct lines parallel to the axes, thereby forming the parallelogram. The sides of the parallelogram represent the components, $\mathbf{F}_u$ and $\mathbf{F}_v$.

• Label all the known and unknown force magnitudes and the angles on the sketch and identify the two unknowns as the magnitude and direction of $\mathbf{F}_R$, or the magnitudes of its components.

المتجهان المكونان $\mathbf{F_1}$و $\mathbf{F_2}$ في الشكل 2-10a يتم جمعهما وفق قاعدة متوازي الأضلاع، لتكوين **القوة المحصلة** $\mathbf{F_R}$ التي تمثل قطر متوازي الأضلاع.

- إذا كان من المطلوب تحليل قوة **F**إلى مكونات على طول محوري **u**و**v** ، الشكل 2-10b، يتم البدء من **رأس القوة F**ورسم خطوط موازية للمحاور، مكونة متوازي الأضلاع. تمثل أضلاع متوازي الأضلاع **مكونات القوة** $\mathbf{F_u}$ و $\mathbf{F_v}$.
- ضع جميع **المقادير المعروفة والمجهولة** والزوايا على الرسم، وحدد المجهولين على أنهما **مقدار واتجاه** $\mathbf{F_R}$ ، أو **مقادير مكوناته**.

Trigonometry. الحسابات المثلثية

• Redraw a half portion of the parallelogram to illustrate the triangular head-to-tail addition of the components.

• From this triangle, the magnitude of the resultant force can be determined using the law of cosines, and its direction is determined from the law of sines. The magnitudes of two force components are determined from the law of sines. The formulas are given in Fig. 2–10*c*.

- أعد رسم نصف متوازي الأضلاع لتوضيح **جمع المكونات بطريقة رأس إلى ذيل.(head-to-tail)**
- من هذا المثلث، يمكن تحديد **مقدار القوة المحصلة** باستخدام **قاعدة جيب التمام(law of cosines)** ، ويحدد **اتجاهها** باستخدام **قاعدة الجيب.(law of sines)**
- يمكن أيضًا تحديد **مقدار المكونين** باستخدام **قاعدة الجيب**.
- الصيغ الرياضية مبينة في الشكل 2-10c.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com