Engineering Mechanics: Dynamics

الميكانيكا الهندسية: الديناميكا

Lec (6)

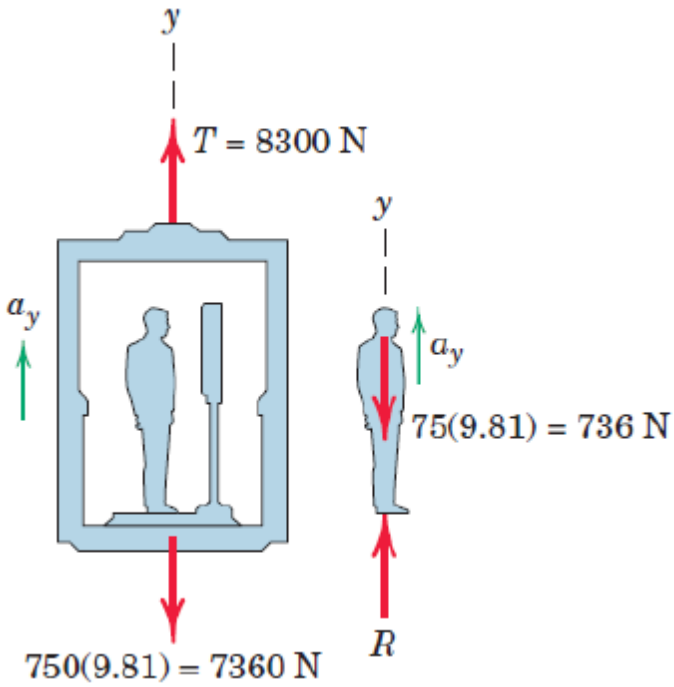
(Kinetics of a Particle: Force and Acceleration)

حركيات الجسيم: القوة والتسارع

EXA M P L E-1 -

A 75-kg man stands on a spring scale in an elevator. During the first 3 seconds of motion from rest, the tension *T* in the hoisting cable is 8300 N. Find the reading *R* of the scale in newtons during this interval and the upward velocity *v* of the elevator at the end of the 3 seconds. The total mass of the elevator, man, and scale is 750 kg

يقف رجل كتلته 75 kg على ميزان زنبركي داخل مصعد. خلال الثواني الثلاث الأولى من الحركة من السكون، تكون قوة الشد T في كابل الرفع مساوية لـ 8300 N. أوجِد قراءة الميزان R بالنيوتن خلال هذه الفترة الزمنية، والسرعة الرأسية نحو الأعلى v للمصعد في نهاية الثواني الثلاث. علماً بأن الكتلة الإجمالية للمصعد والرجل والميزان معاً هي 750 kg.



الحل: تعتمد كل من القوة المسجلة بواسطة الميزان والسرعة على عجلة (تسارع) المصعد، والتي تكون ثابتة خلال الفترة التي تكون فيها القوى ثابتة. من مخطط الجسم الحر للمصعد والميزان والرجل معاً، يتم حساب العجلة كالتالي:

$$[\sum F_y = m\, a_y] \qquad 8300 - 7360 = 750\, a_y$$

3. حساب قراءة الميزان (Scale Reading R)

The scale reads the downward force exerted on it by the man. The equal and opposite reaction R to this action is shown on the free-body diagram of the man alone together with his weight, and the equation of motion gives:

يقرأ الميزان القوة الضاغطة للأسفل التي يؤثر بها الرجل عليه. وتظهر ردة الفعل R المماثلة لها والمُعاكسة في الاتجاه على مخطط الجسم الحر للرجل بمفرده مع وزنه، وتُعطي معادلة الحركة ما يلي:

$$[\sum F_y = m\, a_y] \qquad R - 736 = 75\,(1.257)$$

4. حساب السرعة النهائية (Final Velocity v)

The velocity reached at the end of the 3 seconds is:

السرعة التي يتم الوصول إليها في نهاية الثواني الثلاث هي:

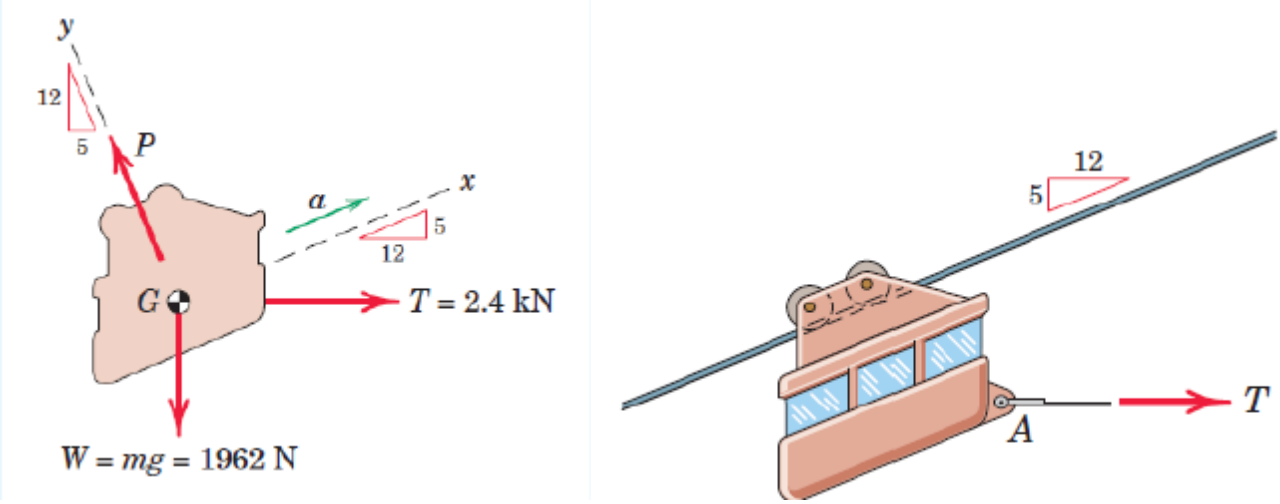
$$[\Delta v = \int a\, dt] \qquad v - 0 = \int_0^3 1.257\, dt \qquad v = 3.77\ m/s$$

Ans: v = 3.77 m/s | R = 830 N

EXA M P L E-2 –

A small inspecti on car with a mass of 200 kg runs along the fixed overhead cable and is controlled by the attached cable at *A*. Determine the acceleration of the car when the control cable is horizontal and under a tension T = 2.4 kN. Also find the total force P exerted by the supporting cable on the wheels.

سيارة تفتيش صغيرة كتلتا 200 كجم تسير على طول كابل علوي ثابت، وتُدار بواسطة كابل تحكّم متصل عند النقطة A. أوجِد عجلة (تسارع) السيارة عندما يكون كابل التحكم أفقياً وتحت شد مقداره T=2.4 kN. أوجِد أيضاً القوة الإجمالية P التي يؤثر بها كابل الدعم على العجلات.



3. الاتزان في الاتجاه العمودي y (Equilibrium in y-direction)

The car is in equilibrium in the y-direction since there is no acceleration in this direction. Thus,

تكون السيارة في حالة اتزان في الاتجاه y نظراً لعدم وجود عجلة (تسارع) في هذا الاتجاه. وعليه:

$$[\Sigma F_y = 0] \qquad P - 2.4(5/13) - 1.962(12/13) = 0$$

$$P = 2.73 \text{ kN} \quad \text{(Ans.)}$$

4. معادلة الحركة في الاتجاه الأفقي (Motion Equation in x-direction) x

In the x-direction the equation of motion gives:

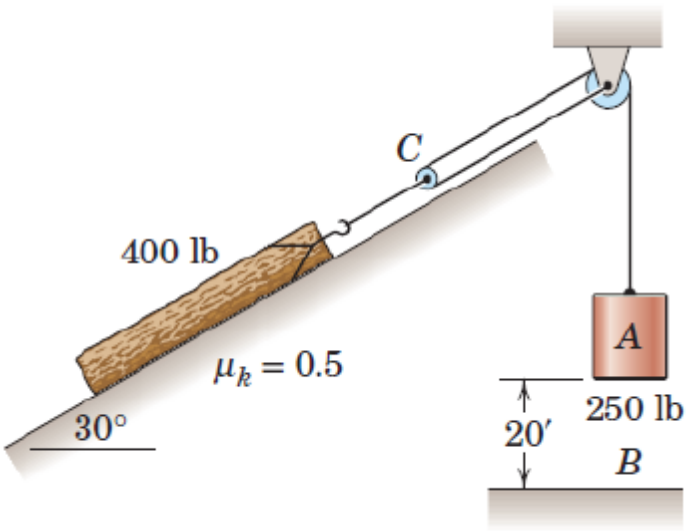
في الاتجاه x، تُعطي معادلة الحركة ما يلي:

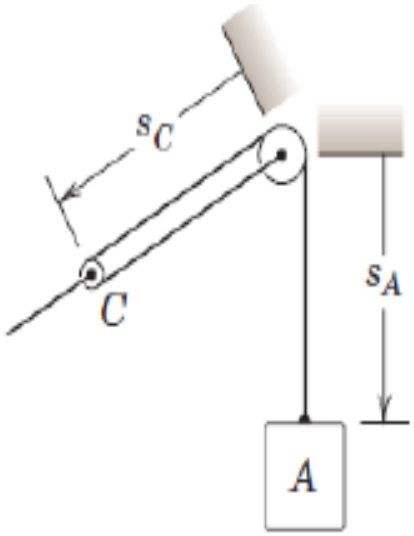
$$[\sum F_x = m\, a_x] \qquad 2400(12/13) - 1962(5/13) = 200\, a$$

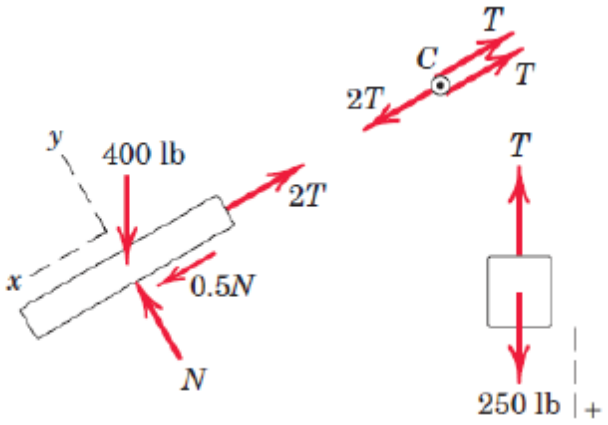
a = 7.30 m/s² (Ans.)

EXAMPLES -3-

The 250-lb concrete block *A* is released from rest in the position shown and pulls the 400-lb log up the 30_ ramp. If the coefficient of kinetic friction between the log and the ramp is 0.5, determine the velocity of the block as it hits the ground at *B*.







Solution

The solution begins by noting that the movements of the log and block A are interconnected. We can mathematically demonstrate that the log's upward acceleration along the incline is exactly half of block A's downward acceleration. By defining the total cable length as $\mathbf{L=2s_C+s_A+constant}$ (where the constant represents the cable wrapped around the pulleys) and differentiating this equation twice with respect to time, we obtain $\mathbf{0=2\ddot{s}_C+\ddot{s}_A}$, which simplifies to the acceleration relationship:

يبدأ الحل بملاحظة أن حركتي الجذع والكتلة A مترابطتان. يمكننا إثبات رياضيًا أن تسارع الجذع لأعلى على المستوى المائل يساوي بالضبط نصف تسارع الكتلة A لأسفل. من خلال تعريف الطول الكلي للكابل كـ $\mathbf{L=2s_C+s_A+constant}$ (حيث يمثل الثابت جزء الكابل الملتف حول البكرات) وتفاضل هذه المعادلة مرتين بالنسبة للزمن، نحصل على $\mathbf{0=2\ddot{s}_C+\ddot{s}_A}$، والتي تُبسط إلى علاقة التسارع التالية:

$$\mathbf{0=2a_C+a_A}$$

Assuming the pulleys have negligible mass and rotate without friction, the free-body diagram for pulley C indicates a state of equilibrium in both force and moment. Consequently, the tension in the cable connected to the log is double the tension applied to block A. It is also important to note that the log and the center of pulley C share the exact same acceleration.

بافتراض أن كتل البكرات مهملة وتدور بدون احتكاك، يوضح مخطط الجسم الحر للبكرة C حالة اتزان في القوى والعزوم. وبالتالي، فإن الشد في الكابل المتصل بالجذع يبلغ ضعف الشد المطبق على الكتلة A. من المهم أيضاً ملاحظة أن الجذع ومركز البكرة C لهما نفس التسارع بالضبط.

When analyzing the free-body diagram of the log, we account for the kinetic friction force (μk N) opposing the upward motion. Evaluating the equilibrium in the y-direction yields the normal force:

عند تحليل مخطط الجسم الحر للجذع، نأخذ في الاعتبار قوة الاحتكاك الحركي (μkN) التي تعاكس الحركة لأعلى. بتقييم الاتزان في اتجاه المحور الصادي(y) ، نحصل على القوة العمودية:

$$[\Sigma F_y=0] \qquad N-400\cos 30^\circ=0 \qquad N=346 \text{ lb}$$

Applying Newton's second law for the equation of motion along the x-direction results in:

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني لمعادلة الحركة في اتجاه المحور السيني(x) ، ينتج لدينا:

$$[\Sigma F_x=ma_x] \qquad 0.5(346)-2T+400\sin 30^\circ=(400/32.2)a_C$$

For block A, setting the downward direction as positive, the equation of motion is:

بالنسبة للكتلةA ، وباعتبار الاتجاه لأسفل هو الاتجاه الموجب، تكون معادلة الحركة كالتالي:

$$[+\downarrow \Sigma F=ma] \qquad 250-T=(250/32.2)a_A$$

By solving these three simultaneous equations for the unknown variables aC, aA, and the tension T, we determine their values to be:

بحل هذه المعادلات الثلاثة معاً لإيجاد المتغيرات المجهولة aC و aA والشدT ، نحدد قيمهم كالتالي:

$$a_A=5.83 \text{ ft/sec}^2 \qquad a_C=-2.92 \text{ ft/sec}^2 \qquad T=205 \text{ lb}$$

Finally, considering the block experiences constant acceleration over a 20-ft drop, the final velocity acquired by block A is calculated using kinematic equations:

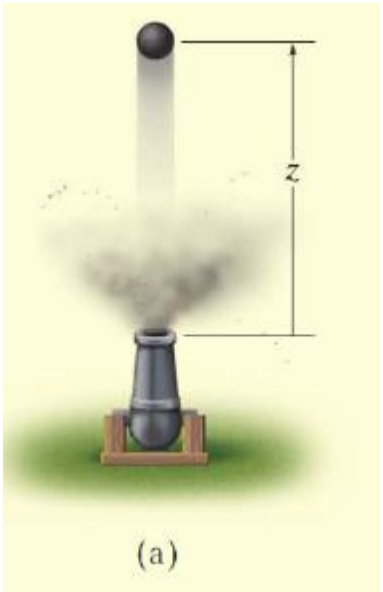
أخيرًا، بالنظر إلى أن الكتلة تتعرض لتسارع ثابت خلال سقوط مسافة 20 قدمًا، يتم حساب السرعة النهائية التي تكتسبها الكتلة A باستخدام قوانين الحركة الكينماتيكية:

$$[v^2=2ax] \qquad v_A=\sqrt{2(5.83)(20)}=15.27 \text{ ft/sec}$$

EXAMPLE -4

A **10-kg** projectile is fired vertically upward from the ground, with an initial velocity of **50 m/s**, **Fig. 13–7a**. Determine the maximum height to which it will travel if (a) atmospheric resistance is neglected; and (b) atmospheric resistance is measured as $\mathbf{F_D=(0.01v^2)\ N}$, where v is the speed of the projectile at any instant, measured in **m/s**.

يُقذف مقذوف كتلته **10 kg** رأسياً إلى الأعلى من سطح الأرض بسرعة ابتدائية قدرها **50 m/s** (الشكل **13–7 a).** أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه المقذوف في الحالتين الآتيتين: إهمال مقاومة الغلاف الجوي . قياس مقاومة الغلاف الجوي بالقانون $\mathbf{F_D=(0.01v^2)\ N}$، حيث v هي سرعة المقذوف عند أي لحظة بالـ **m/s.**



SOLUTION

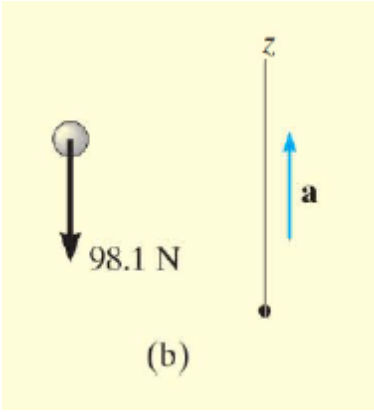
In both cases the known force on the projectile can be related to its acceleration using the equation of motion. Kinematics can then be used to relate the projectile's acceleration to its position.

في كلا الحالتين، يمكن ربط القوة المعلومة المؤثرة على المقذوف بتسارعه (عجلته) باستخدام معادلة الحركة. ثم يمكن استخدام علم الحركة (الكينماتيكا) لربط تسارع المقذوف بموقعه (ارتفاعه)

Free-Body Diagram / مخطط الجسم الحر

As shown in **Fig. 13–7b**, the projectile's weight is **W=mg=10(9.81)=98.1 N**. We will assume the unknown acceleration a acts upward in the *positive* z direction.

كما هو موضح في **الشكل 13–7**، فإن وزن المقذوف هو **W=mg=10(9.81)=98.1 N**. سنفترض أن التسارع المجهول **a** يؤثر إلى الأعلى في الاتجاه *الموجب* للمحور **z.**



Equation of Motion / معادلة الحركة

$$[+\uparrow \Sigma F_z = ma_z] \quad -98.1 = 10a \Rightarrow a = -9.81 \text{ m/s}^2$$

The result indicates that the projectile, like every object having free-flight motion near the earth's surface, is subjected to a *constant* downward acceleration of **9.81 m/s^2**.

تشير النتيجة إلى أن المقذوف -مثل أي جسم يتحرك حركة حرة بالقرب من سطح الأرض- يخضع لتسارع *ثابت* نحو الأسفل مقداره **9.81 m/s^2.**

Kinematics / علم الحركة (الكينماتيكا)

Initially, $z_0=0$ and $v_0=50$ m/s, and at the maximum height $z=h$, $v=0$. Since the acceleration is *constant*, then:

في البداية، تكون الموضع الابتدائية $z_0=0$ والسرعة الابتدائية $v_0=50$ m/s، وعند أقصى ارتفاع يكون الموضع $z=h$ والسرعة $v=0$. وبما أن التسارع *ثابت*، فإن:

$$[+\uparrow] \qquad v^2=v_0^2+2a_c(z-z_0)$$

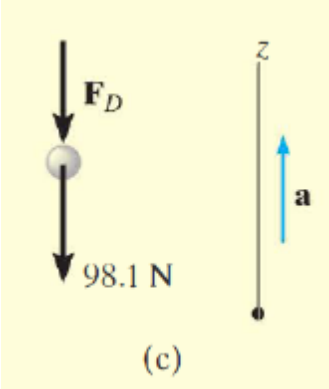
$$0=(50)2+2(-9.81)(h-0)$$

$$h=127 \text{ m}.$$

Free-Body Diagram / مخطط الجسم الحر

Since the force $F_D=(0.01v^2)$ N tends to retard the upward motion of the projectile, it acts downward as shown on the free-body diagram, **Fig. 13–7c**.

بما أن القوة $F_D=(0.01v^2)$ N تميل إلى إعاقة الحركة التصاعدية للمقذوف، فإنها تؤثر نحو الأسفل كما هو موضح في مخطط الجسم الحر (**الشكل 13–7c**).



Equation of Motion / معادلة الحركة

بتطبيق قانون نيوتن الثاني في الاتجاه الراسي للأعلى، نحصل على التسارع كدالة في السرعة:

$$[+\uparrow \Sigma F_z=ma_z] \qquad -0.01v^2-98.1=10a \Longrightarrow \qquad a=-(0.001v^2+9.81)$$

Here the acceleration is *not constant* since $\mathbf{F_D}$ depends on the velocity. Since **a=f(v),** we can relate a to position using:

هنا التسارع *ليس ثابتاً* لأن قوة المقاومة **FD** اعتمدت على السرعة. وبما أن **a=f(v)**، يمكننا ربط التسارع بالموقع باستخدام التفاضل:

$$[+\uparrow] \qquad \mathbf{adz=vdv \Longrightarrow \quad -(0.001v^2+9.81)dz=vdv}$$

Separating the variables and integrating, realizing that initially $\mathbf{z_0=0,\ v_0=50\ m/s}$ (positive upward), and at **z=h, v=0**, we have:

بفصل المتغيرات وإجراء التكامل، مع مراعاة أن الحدود الابتدائية هي $\mathbf{z_0=0,\ v_0=50\ m/s}$، وعند الوصول لأقصى ارتفاع **z=h** تكون السرعة **v=0**:

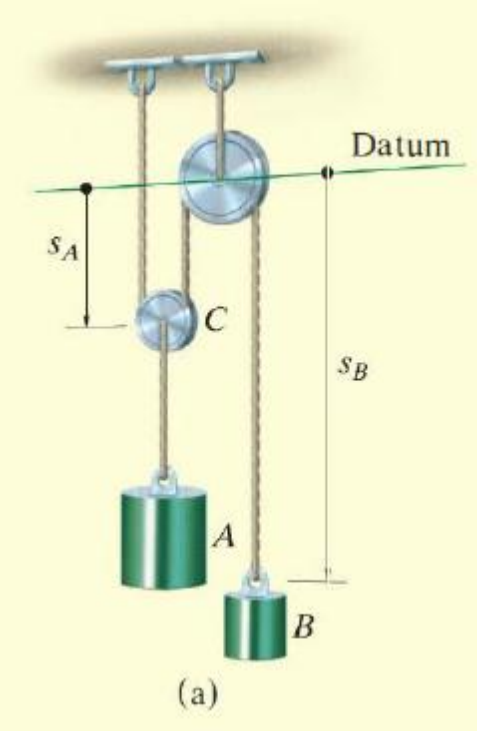
$$\mathbf{\int_0^h dz=-\int_{50}^{0}\frac{v dv}{0.001v^2+9.81}=-500\ln(v^2+9810)\Big|_{50\ m/s}^{0}}$$

$$\mathbf{h=114\ m.}$$

EXAMPLE -5

The **100-kg** block A shown in **Fig. 13–10a** is released from rest. If the masses of the pulleys and the cord are neglected, determine the speed of the **20-kg** block **B** in **2 s**.

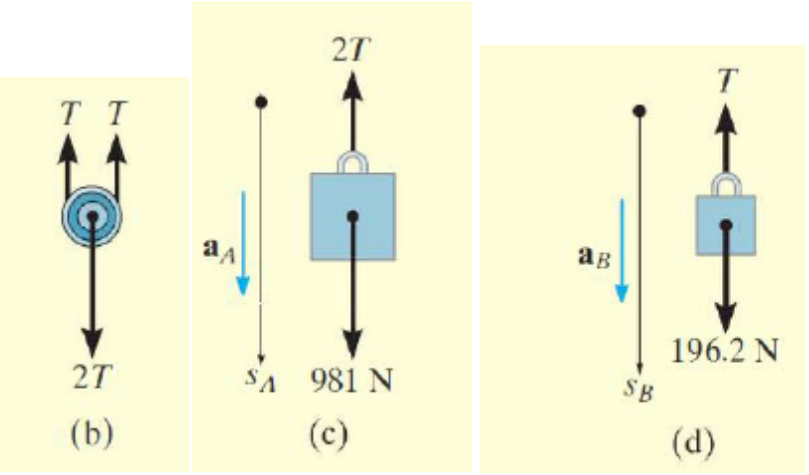
تم تحرير الكتلة A (والتي كتلتها **100-kg**) من السكون كما هو موضح في الشكل **Fig. 13–10a**. إذا أُهملت كتل البكرات والحبل، فاحسب سرعة الكتلة B (والتي كتلتها **20-kg**) بعد مرور ثانيتين **2 s**.



SOLUTION

Since the mass of the pulleys is neglected, we can assume equilibrium for pulley C where $\Sigma F_y = 0$. For block **A** to remain static, the required tension would be **T=490.5 N**, whereas for block **B** it would be **T=196.2 N**. Therefore, block **A** will move downward while block B moves upward. For consistency in calculation, we assume both blocks accelerate downward along $+s_A$ and $+s_B$. The three unknowns to find are **T**, a_A, and a_B.

نظراً لإهمال كتلة البكرات، يمكننا فرض الاتزان للبكرة C بحيث تكون محصلة القوى $\Sigma F_y = 0$. ولكي تظل الكتلة **A** ساكنة يلزم قوة شد **T=490.5 N** ، بينما لكي تظل الكتلة B ساكنة يلزم الشد **T=196.2 N**. بناءً على ذلك، ستتحرك الكتلة **A** للأسفل بينما تتحرك الكتلة **B** للأعلى. ولإجراء الحسابات بشكل موحد، سنفترض أن كلا الكتلين تتسارعان للأسفل في الاتجاه الموجب للمحاور $+s_A$ و $+s_B$. المجاهيل الثلاثة المطلوبة هي الشد T ، وتسارع الكتلة **A** (a_A) ، وتسارع الكتلة **B** (a_B).



معادلات الحركة(Equations of Motion)

Applying Newton's second law **($\Sigma F_y=ma_y$)** with downward as positive:

الترجمة العربية :بتطبيق قانون نيوتن الثاني **($\Sigma F_y=ma_y$)** بفرض الاتجاه الموجب للأسرار والكتل نحو الأسفل:

- **Block A:** $981-2T=100a_A$ — **(1)**
- **Block B:** $196.2-T=20a_B$ — **(2)**

الحركة المجردة والتكامل (Kinematics)

The geometric relationship between the coordinates of movement is given by:

يُحسب العلاقة الهندسية بين الإحداثيات للحبل الثابت بالطول l كالتالي:

$$2s_A+s_B=l$$

Differentiating twice with respect to time t yields the relation between accelerations:

وبإجراء التفاضل مرتين بالنسبة للزمن t نحصل على العلاقة بين التسارعات:

$$2a_A=-a_B \text{ — (3)}$$

Solving equations (1), (2), and (3) simultaneously:

بحل المعادلتين (1) و (2) و (3) معاً نجد أن

- **$T=327.0\ N$**
- **$a_A=3.27\ m/s^2$**
- **$a_B=-6.54\ m/s^2$**

(Final Speed Calculation)حساب السرعة النهائية

Since a_B is constant, the velocity of block B after **t=2** s is calculated using the constant acceleration equation:

بما أن التسارع a_B ثابت، فإن سرعة الكتلة **B** بعد مرور **t=2 s** تُحسب باستخدام معادلة الحركة بانتظام:

$$v=v_0+a_Bt$$

$$v=0+(-6.54)(2)=-13.1\ m/s$$

The negative sign indicates that block B moves **upward** at a speed of **13.1 m/s**.

تشير الإشارة السالبة إلى أن الكتلة **B** تتحرك **للأعلى** بسرعة مقدارها **13.1 m/s**.