Engineering Mechanics: Dynamics

الميكانيكا الهندسية: الديناميكا

Lec (1)
Kinematics of a Particle
كينماتيكا (سينماتيكا) الجسيم

Introduction

Mechanics is a branch of the physical sciences that is concerned with the state of rest or motion of bodies subjected to the action of forces.

Engineering mechanics is divided into two areas of study, namely, statics and dynamics. ***Statics*** is concerned with the equilibrium of a body that is either at rest or moves with constant velocity. Here we will consider ***dynamics***, which deals with the accelerated motion of a body. The subject of dynamics will be presented in two parts: *kinematics*, which treats only the geometric aspects of the motion, and *kinetics*, which is the analysis of the forces causing the motion. To develop these principles, the dynamics of a particle will be discussed first, followed by topics in rigid-body dynamics in two and then three dimensions

الميكانيكا هي فرع من العلوم الفيزيائية يختص بدراسة حالة السكون أو الحركة للأجسام الخاضعة لتأثير القوى. وتنقسم الميكانيكا الهندسية إلى مجالي دراسة، هما: الاستاتيكا (علم السكون) والديناميكا (علم الحركة)

تهتم الاستاتيكا بتوازن الجسم الذي يكون إما في حالة سكون أو يتحرك بسرعة ثابتة. أما هنا، فسندرس الديناميكا، والتي تتعامل مع الحركة المعجّلة (المتسارعة) للجسم.

وسيتم تقديم موضوع الديناميكا على جزأين:

- **السينماتيكا (الكينماتيكا)**وتتناول الجوانب الهندسية للحركة فقط.
- **الديناميكا الحرارية / الكينتيكا :**وتختص بتحليل القوى المسببة لهذه الحركة.

ولتطوير هذه المبادئ، ستتم مناقشة ديناميكا الجسيم أولاً، تليها موضوعات ديناميكا الجسم الجسئ (الصلب) في بُعدين ثم في ثلاثة أبعاد

Historically, the principles of dynamics developed when it was possible to make an accurate measurement of time. Galileo Galilei (1564–1642) was one of the first major contributors to this

field. His work consisted of experiments using pendulums and falling bodies. The most significant contributions in dynamics, however, were made by Isaac Newton (1642–1727), who is noted for his formulation of the three fundamental laws of motion and the law of universal gravitational attraction. Shortly after these laws were postulated, important techniques for their application were developed by Euler, D'Alembert, Lagrange, and others. There are many problems in engineering whose solutions require application of the principles of dynamics. Typically the structural design of any vehicle, such as an automobile or airplane, requires consideration of the motion to which it is subjected. This is also true for many mechanical devices, such as motors, pumps, movable tools, industrial manipulators, and machinery. Furthermore, predictions of the motions of artificial satellites, projectiles, and spacecraft are based on the theory of dynamics. With further advances in technology, there will be an even greater need for knowing how to apply the principles of this subject.

تاريخياً، تطورت مبادئ الديناميكا عندما أصبح من الممكن قياس الوقت بدقة. وكان **غاليلو غاليلي (1564–1642)**من أولى المساهمين البارزين في هذا المجال، حيث ارتكز عمله على إجراء تجارب باستخدام البندولات والأجسام الساقطة.

ومع ذلك، فإن أهم المساهمات في الديناميكا قدمها **إسحاق نيوتن (1642–1727)**، الذي يُعرف بصياغته للقوانين الأساسية الثلاثة للحركة وللقانون العام للجاذبية الأرضية. وبعد وقت قصير من وضع هذه القوانين، طور كل من **أويلر، ودالمبير، ولاغرانج**، وآخرون، تقنيات هامة لتطبيقها.

توجد العديد من المشكلات الهندسية التي تتطلب حلولها تطبيق مبادئ الديناميكا؛ إذ يتطلب التصميم الهيكلي لأي وسيلة نقل - كالسيارات أو الطائرات - مراعاة الحركة التي تتعرض لها. ويسري هذا أيضاً على العديد من الأجهزة الميكانيكية مثل المحركات، والمضخات، والأدوات المتحركة، والمنفذات الآلية (المعالجات) الصناعية، والآلات. علاوة على ذلك، تعتمد التنبؤات بحركات القمار الصناعية، والمقذوفات، والمركبات الفضائية على نظرية الديناميكا. ومع استمرار التقدم التكنولوجي، ستزداد الحاجة إلى معرفة كيفية تطبيق مبادئ هذا الموضوع بشكل أكبر.

Rectilinear Kinematics: Continuous Motion الكينماتيكا الخطية: الحركة المستمرة

We will begin our study of dynamics by discussing the kinematics of a particle that moves along a rectilinear or straight-line path. Recall that a *particle* has a mass but negligible size and shape. Therefore we must limit application to those objects that have dimensions that are of no

consequence in the analysis of the motion. In most problems, we will be interested in bodies of finite size, such as rockets, projectiles, or vehicles. Each of these objects can be considered as a particle, as long as the motion is characterized by the motion of its mass center and any rotation of the body is neglected.

سنبدأ دراستنا للديناميكا بمناقشة كينماتيكا (علم حركة) الجسيمات التي تتحرك وفق مسار مستقيم أو خطي. تذكّر أن الجسيم يمتلك كتلة ولكن أبعاده وشكله مهملان، ولذلك يجب أن نقتصر في التطبيق على تلك الأجسام التي تكون أبعادها غير ذات أهمية في تحليل الحركة. في معظم المسائل، سنكون مهتمين بأجسام ذات أحجام محددة، مثل الصواريخ، أو المقذوفات، أو المركبات. ويمكن اعتبار كل جسم من هذه الأجسام كجسيم، طالما أن الحركة تُوصَف من خلال حركة مركز كتلتها ويتم إهمال أي دوران للجسم.

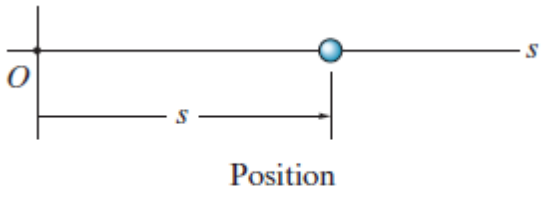
Rectilinear Kinematics. The kinematics of a particle is characterized by specifying, at any given instant, the particle's position, velocity, and acceleration.

الكينماتيكا الخطية (Rectilinear Kinematics). تتحدد كينماتيكا الجسيم عبر تحديد موقعه، وسرعته، وتسابُعه (عجلته) عند أي لحظة زمنيّة معينة.

Position. The straight-line path of a particle will be defined using a single coordinate axis *s*, Fig. 12–1*a*. The origin *O* on the path is a fixed point, and from this point the ***position coordinate*** *s* is used to specify the location of the particle at any given instant. The magnitude of *s* is the distance from *O* to the particle, usually measured in meters (m), and the sense of direction is defined by the algebraic sign on *s*. Although the choice is arbitrary, in this case *s* is positive since the coordinate axis is positive to the right of the origin. Likewise, it is negative if the particle is located to the left of *O*. Realize that *position is a vector quantity* since it has both magnitude and direction. Here, however, it is being represented by the algebraic scalar *s*, rather than in boldface **s**, since the direction always remains along the coordinate axis.

الموقع:(Position) سيتم تحديد المسار المستقيم لجسيم باستخدام محور إحداثي واحد، الشكل 12–1 .a. نقطة الأصل O على المسار هي نقطة ثابتة، وتُستخدم الإحداثية s للموقع ابتداءً من هذه النقطة لتحديد موقع الجسيم في أي لحظة زمنية معينة. مقدار s هو المسافة من نقطة الأصل O إلى الجسيم، وتُقاس عادة بالمتر (m) ، بينما يُحدد اتجاه الحركة من خلال الإشارة الجبرية لـ s على الرغم من أن الاختيار اختياري، فإن s في هذه الحالة تكون موجبة لأن المحور الإحداثي يكون موجباً إلى

يمين نقطة الأصل. وبالمثل، تكون الإشارة سالبة إذا كان الجسيم واقعاً إلى يسار نقطة الأصل O.اعلم أن الموقع عبارة عن كمية متجهة (Vector) لأن له مقداراً واتجاهاً على حد سواء. ومع ذلك، يتم تمثيله هنا بالكمية القياسية الجبرية s، بدلاً من الخط العريض **s**، نظراً لأن الاتجاه يظل دائماً على طول المحور الإحداثي.



Position

(a)

Displacement. The ***displacement*** of the particle is defined as the *change in its position*. For example, if the particle moves from one point to another, Fig. 12–1*b*, the displacement is

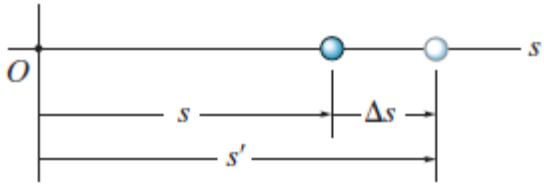
$$\Delta s = s' - s$$

In this case Δs is *positive* since the particle's final position is to the *right* of its initial position, i.e., $s' > s$. Likewise, if the final position were to the *left* of its initial position, Δs would be *negative*. The displacement of a particle is also a *vector quantity*, and it should be distinguished from the distance the particle travels. Specifically, the *distance traveled* is a *positive scalar* that represents the total length of path over which the particle travels.

الإزاحة (Displacement) تُعرّف إزاحة الجسيم على أنها التغير في موقعه. على سبيل المثال، إذا انتقل الجسيم من نقطة إلى أخرى، الشكل 12–b1، فإن الإزاحة تكون:

$$\Delta s = s' - s$$

في هذه الحالة تكون Δs موجبة لأن الموقع النهائي للجسيم يقع إلى يمين موقعه الابتدائي، أي أن $s' > s$. وبالمثل، إذا كان الموقع النهائي إلى يسار موقعه الابتدائي، فستكون Δs سالبة .تعتبر إزاحة الجسيم أيضاً كمية متجهة(Vector) ، ويجب تمييزها عن **المسافة** التي يقطعها الجسيم. وبشكل خاص، فإن المسافة المقطوعة هي كمية قياسية (Scalar) موجبة تمثل الطول الإجمالي للمسار الذي يتحرك عليه الجسيم.



Displacement

(b)

Fig. 12–1

Velocity. If the particle moves through a displacement Δs during the time interval Δt, the ***average velocity*** of the particle during this time interval is

$$\mathbf{v_{avg}} = \Delta \boldsymbol{s} / \Delta \boldsymbol{t}$$

If we take smaller and smaller values of Δt, the magnitude of Δs becomes smaller and smaller. Consequently, the ***instantaneous velocity*** is a vector defined as

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta s / \Delta t),$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{ds} / \boldsymbol{dt} \qquad \text{…….(12–1)}$$

Since Δt or dt is always positive, the sign used to define the *sense* of the velocity is the same as that of Δs or ds. For example, if the particle is moving to the *right*, Fig. 12–1*c*, the velocity is *positive;* whereas if it is moving to the *left*, the velocity is *negative*. (This is emphasized here by the arrow written at the left of Eq. 12–1.) The *magnitude* of the velocity is known as the ***speed***, and it is generally expressed in units of m/s.

Occasionally, the term "average speed" is used. The ***average speed*** is always a positive scalar and is defined as the total distance traveled by a particle, s_T , divided by the elapsed time Δt; i.e.,

$$(\mathbf{v_{sp}})_{\mathbf{avg}} = \boldsymbol{s_T} / \Delta \boldsymbol{t}$$

For example, the particle in Fig. 12–1*d* travels along the path of length s_T in time Δt, so its average speed is $(v_{sp})_{avg} = s_T / \Delta t$, but its average velocity is $v_{avg} = -\Delta s / \Delta t$.

السرعة المتجهة (Velocity): إذا تحرك الجسيم عبر إزاحة قدرها Δs خلال الفترة الزمنية Δt ، فإن **السرعة المتجهة المتوسطة** للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية هي:

$$v_{avg} = \Delta s / \Delta t$$

إذا أخذنا قيماً أصغر فأصغر للفترة الزمنية Δt ، فإن مقدار الإزاحة Δs يصبح أصغر فأصغر أيضاً. ونتيجة لذلك، تُعرَّف **السرعة المتجهة اللحظية** بأنها متجه يُعطى بالمعادلة:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta s / \Delta t),$$

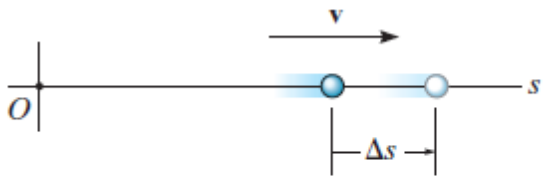
$$v = ds / dt \qquad \text{.....(12–1)}$$

وبما أن Δt أو dtتكون موجبة دائماً، فإن الإشارة المستخدمة لتحديد اتجاه السرعة المتجهة هي نفس إشارة Δs أو ds. على سبيل المثال، إذا كان الجسيم يتحرك نحو اليمين (الشكل 12–1c)، تكون السرعة المتجهة موجبة؛ بينما إذا كان يتحرك نحو اليسار، تكون السرعة المتجهة سالبة. (يتم التأكيد على ذلك هنا بواسطة السهم المكتوب على يسار المعادلة 12–1). يُعرف مقدار السرعة المتجهة بـ **السرعة القياسية(Speed)** ، وتُقاس عادة بوحدات م/ث.(m/s)

في بعض الأحيان، يُستخدم مصطلح **"السرعة القياسية المتوسطة" (Average Speed).** والسرعة القياسية المتوسطة هي دائماً كمية قياسية موجبة، وتُعرَّف بأنها إجمالي المسافة المقطوعة بواسطة الجسيم s_T مقسومة على الزمن المنقضي Δt ؛ أي:

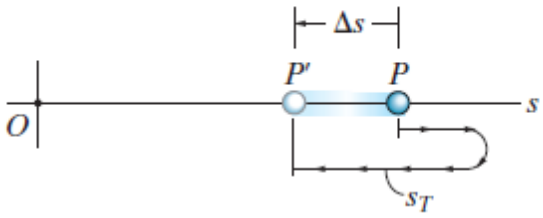
$$(v_{sp})_{avg} = s_T / \Delta t$$

على سبيل المثال، الجسيم في (الشكل 12–1 dيتحرك عبر مسار طوله s_T خلال زمن Δt ، لذا فإن سرعته القياسية المتوسطة هي $(v_{sp})_{avg} = s_T / \Delta t$ ، في حين أن سرعته المتجهة المتوسطة هي $v_{avg} = -\Delta s / \Delta t$.



Velocity

(c)



Average velocity and
Average speed

(d)

Fig. 12–1 (cont.)

Acceleration. Provided the velocity of the particle is known at two points, the ***average acceleration*** of the particle during the time interval Δt is defined as

$$\boldsymbol{a_{avg} = \Delta v / \Delta t}$$

Here _v represents the difference in the velocity during the time interval Δt, i.e., $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}' - \mathbf{v}$, Fig. 12–1*e*.

The ***instantaneous acceleration*** at time *t* is a *vector* that is found by taking smaller and smaller values of Δt and corresponding smaller and smaller values of Δv, so that

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v / \Delta t), \text{ or}$$

$$\boldsymbol{a = dv / dt} \quad \text{.....(12–2)}$$

Substituting Eq. 12–1 into this result, we can also write

$$\boldsymbol{a = d^2s / dt^2}$$

التسارع **(Acceleration):** بشرط معرفة السرعة المتجهة للجسيم عند نقطتين، يُعرَّف **التسارع المتوسط** للجسيم خلال الفترة الزمنية Δt بـ:

$$\boldsymbol{a_{avg} = \Delta v / \Delta t}$$

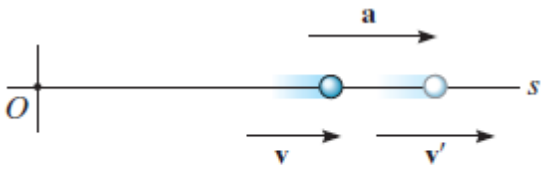
هنا تُعبر $\Delta \mathbf{v}$ عن الفرق في السرعة المتجهة خلال الفترة الزمنية Δt ، أي ($\Delta \mathbf{v}$ v = v' - v) الشكل 12–1.e)

أما **التسارع اللحظي** عند الزمن t فهو كمية متجهة نصل إليها بأخذ قيم أصغر فأصغر لـ Δt وما يقابلها من قيم أصغر فأصغر لـ $\Delta \mathbf{v}$ ، بحيث:

$$a = d^2s / dt^2$$

وبتعويض المعادلة (12–1) في هذه النتيجة، يمكننا أيضاً كتابة:

$$a = d^2s / dt^2$$



Acceleration

(e)

Both the average and instantaneous acceleration can be either positive or negative. In particular, when the particle is *slowing down*, or its speed is decreasing, the particle is said to be ***decelerating***. In this case, $\mathbf{v}^-$ in Fig. 12–1*f* is *less* than v, and so $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}^- - \mathbf{v}$ will be negative. Consequently, *a* will also be negative, and therefore it will act to the *left*, in the *opposite sense* to v.

Also, notice that if the particle is originally at rest, then it can have an acceleration if a moment later it has a velocity v_; and, if the *velocity* is *constant*, then the *acceleration is zero* since $\Delta\mathbf{v} = v - v = 0$. Units commonly used to express the magnitude of acceleration are m/s^2.

Finally, an important differential relation involving the displacement, velocity, and acceleration along the path may be obtained by eliminating the time differential *dt* between Eqs. 12–1 and 12–2. We have

$$dt = ds / \mathbf{v} = d\mathbf{v} / a$$

or

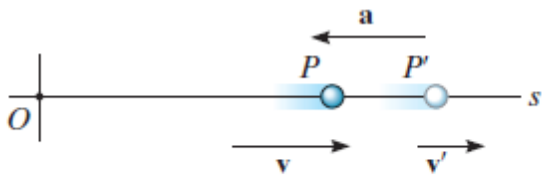
$$a\,ds = \mathbf{v}\,d\mathbf{v} \qquad \text{.....(12–3)}$$

يمكن أن يكون كل من التسارع المتوسط والتسارع اللحظي موجباً أو سالباً. وبشكل خاص، عندما تتباطأ حركة الجسيم، أو تنخفض سرعته القياسية، يُقال إن الجسيم في حالة **تباطؤ**.**(Decelerating)**

في هذه الحالة، تكون v' في (الشكل 12–1f) أقل من v، وبالتالي فإن $\Delta\mathbf{v} = v' - v$ ستكون سالبة. ونتيجة لذلك، سيكون التسارع a سالباً أيضاً، وعليه فإنه سيعمل باتجاه اليسار، أي في الاتجاه المعاكس للسرعة المتجهة v.

لاحظ أيضاً أنه إذا كان الجسيم في حالة سكون في البداية، فيمكن أن يكون له تسارع إذا أصبحت له سرعة v' بعد لحظة ما؛ أما إذا كانت السرعة المتجهة ثابتة، فإن التسارع يكون صفراً لأن $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v} = 0$. وتُعد وحدة م/ث² ($m/s^2$) من الوحدات الشائعة الاستخدام للتعبير عن مقدار التسارع.

أخيراً، يمكن الحصول على علاقة تفاضلية مهمة تربط بين الإزاحة، والسرعة المتجهة، والتسارع على طول المسار، وذلك بحذف تفاضل الزمن dt من المعادلتين (12–1) و (12–2). حيث نحصل على:



Deceleration

(f)

Fig. 12–1 (cont.)

$$dt = ds / v = dv / a$$

or

$$a\,ds = v\,dv \qquad \text{.....(12–3)}$$

Although we have now produced three important kinematic equations, realize that the above equation is not independent of Eqs. 12–1 and 12–2.

Constant Acceleration, $a = a_c$. When the acceleration is constant, each of the three kinematic equations $a_c = dv/dt$, $v = ds/dt$, and $a_c\,ds = v\,dv$ can be integrated to obtain formulas that relate ac , v, s, and t.

Velocity as a Function of Time. Integrate $a_c = dv/dt$, assuming that initially $v = v_0$ when $t = 0$.

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a_c\,dt$$

$$v = v_0 + a_c\,t \qquad \text{.....(12–4)}$$

Position as a Function of Time. Integrate $v = ds/dt = v_0 + a_c t$, assuming that initially $s = s_0$ when $t = 0$.

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} (v_0 + a_c t)\, dt$$

$$\mathbf{s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}\,(a_c\, t^2)} \qquad \textbf{……(12–5)}$$

Velocity as a Function of Position. Either solve for t in Eq. 12–4 and substitute into Eq. 12–5, or integrate $v\,dv = a_c\,ds$, assuming that initially $v = v_0$ at $s = s_0$.

$$\int_{v_0}^{v} v\, dv = \int_{s_0}^{s} a_c\, ds$$

$$\mathbf{v^2 = v_0{}^2 + 2a_c(s - s_0)} \qquad \textbf{…….(12–6)}$$

The algebraic signs of s_0 , v_0 , and ac , used in the above three equations, are determined from the positive direction of the s axis as indicated by the arrow written at the left of each equation. Remember that these equations are useful *only when the acceleration is constant and when* $t = 0$, $s = s_0$, $v = v_0$. A typical example of constant accelerated motion occurs when a body falls freely toward the earth. If air resistance is neglected and the distance of fall is short, then the *downward* acceleration of the body when it is close to the earth is constant and approximately 9.81 m/s^2. The proof of this is given in Example 13.2.

التسارع الثابت، $a = a_c$ عندما يكون التسارع ثابتاً، يمكن إجراء التكامل لكل معادلة من المعادلاين الكينماتيكية الثلاث = a_c $a_c\,ds = v\,dv$ وdv/dt, $v = ds/dt$، للحصول على صيغ تربط بين (a_cالتسارع)، و (vالسرعة)، و (sالموقع)، و t (الزمن.)

السرعة كدالة في الزمن (Velocity as a Function of Time) بإجراء التكامل للمعادلة $a_c = dv/dt$، بفرض أن السرعة الابتدائية هي $v = v_0$ عند الزمن: $t = 0$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a_c\, dt$$

$$\mathbf{v = v_0 + a_c\, t} \qquad \textbf{……..(12–4)}$$

الموقع كدالة في الزمن (Position as a Function of Time) بإجراء التكامل للمعادلة $v = ds/dt = v_0 + a_c\, t$، بفرض أن الموقع الابتدائي هو $s = s_0$ عند الزمن: $t = 0$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} (v_0 + a_c t)\, dt$$

$$s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}(a_c t^2) \qquad \text{.....(12–5)}$$

السرعة كدالة في الموقع (Velocity as a Function of Position) إما بحل المعادلة (12–4) لإيجاد t والتعويض بها في المعادلة (12–5)، أو بإجراء التكامل للمعادلة $v\,dv = a_c\,ds$ ، بفرض أن السرعة الابتدائية هي $v = v_0$ عند الموقع الابتدائي: $s = s_0$

$$\int_{v_0}^{v} v\, dv = \int_{s_0}^{s} a_c\, ds$$

$$v^2 = v_0^{\,2} + 2a_c(s - s_0) \qquad \text{.....(12–6)}$$

تُحدد الإشارات الجبرية لكل من $t = 0,\ s = s_0\ ,\ v = v_0$ المُستخدمة في المعادلاين الثلاث أعلاه بناءً على الاتجاه الموجب لمحور الموقع s، كما هو موضح بالسهم المكتوب على يسار كل معادلة.

تذكر أن هذه المعادلات تكون صالحة للاستخدام **فقط** عندما يكون التسارع ثابتاً، وعندما تكون الشروط الابتدائية عند $t = 0$ هي $s = s_0$ و $v = v_0$.

من الأمثلة الشائعة على الحركة بتسارع ثابت: حركة جسم يسقط سقوطاً حراً نحو الأرض. فإذا تم إهمال مقاومة الهواء وكانت مسافة السقوط قصيرة، فإن التسارع الهابط للجسم عندما يكون قريباً من سطح الأرض يكون ثابتاً ويساوي تقريباً $9.81\ m/s^2$ إثبات ذلك موضح في المثال 13.2.

Important Points

- Dynamics is concerned with bodies that have accelerated motion.
- Kinematics is a study of the geometry of the motion.
- Kinetics is a study of the forces that cause the motion.
- Rectilinear kinematics refers to straight-line motion.
- Speed refers to the magnitude of velocity.
- Average speed is the total distance traveled divided by the total time. This is different from the average velocity, which is the displacement divided by the time.
- A particle that is slowing down is decelerating.

- A particle can have an acceleration and yet have zero velocity.
- The relationship $a\,ds = v\,dv$ is derived from $a = dv/dt$ and $v = ds/dt$, by eliminating dt.

نقاط هامة(Important Points)

- **علم الديناميكا (Dynamics):** يهتم بدراسة الأجسام التي تتحرك بـ **حرَكة مُتسارعة**.
- **علم الكينماتيكا (Kinematics):** هو دراسة **هندسة الحركة**)شكل مسار الحركة والتغير في الموقع والسرعة والتسارع دون التطرق للمسببات.(
- **علم الكينتيكا (Kinetics):** هو دراسة **القوى التي تسبب هذه الحركة**.
- **الكينماتيكا الخطية (Rectilinear kinematics):** تشير إلى الحركة في **خط مستقيم**.
- **السرعة القياسية (Speed):** تشير إلى **مقدار (قيمَة)**السرعة المتجهة.(Velocity)
- **متوسط السرعة القياسية (Average speed):** هو **إجمالي المسافة المقطوعة** مقسوماً على **إجمالي الزمن** . ويختلف هذا عن **متوسط السرعة المتجهة(Average velocity)** ، الذي يمثل **الإزاحة** مقسومة على **الزمن**.
- **التباطؤ (Deceleration):** يُقال عن الجسيم أنه يتباطأ عندما تتناقص سرعته.
- **التسارع والسرعة الصفريّة :**يمكن للجسيم أن يمتلك **تسارعاً** حتى وإن كانت **سرعته لحظتها تساوي صفراً**.
- **العلاقة :$a \, ds = v \, dv$** تم اشتقاقها من المعادلتين $a = dv/dt$ و $v = ds/dt$ عن طريق التخلص من عنصر الزمن.(dt)