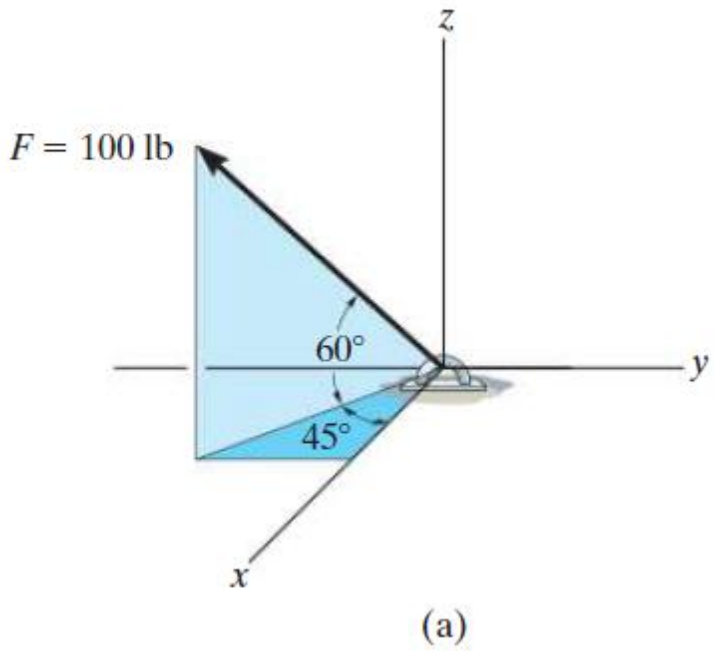
Engineering Mechanics (1) - (Static)

Lec (5)



(a)

Example

Express the force **F** shown in Fig. 2–30*a* as a Cartesian vector.

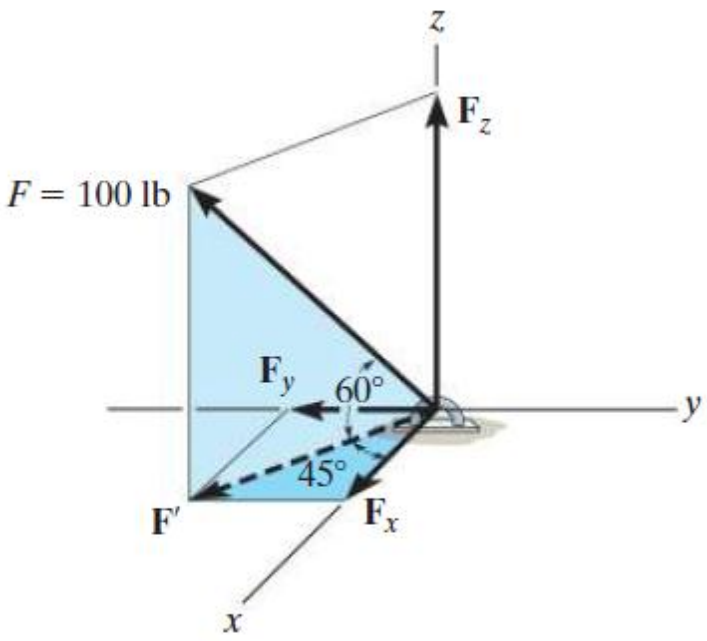
عبّر عن القوة **F** الموضحة في الشكل 2–30 a كمتجه كارتزي.

Solution

The angles of 60° and 45° defining the direction of **F** are *not* coordinate direction angles. Two successive applications of the parallelogram law are needed to resolve **F** into its *x*, *y*, *z* components.

الزاويتان **60°** و **45°** اللتان تحددان اتجاه القوة **F** ليستا زوايا اتجاه إحداثية. يلزم تطبيق **قانون المتوازي المستطيلات** مرتين متتاليتين لتحليل **F** إلى مكوناتها **x**، **y**، **z**.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com



(b)

$$F_z = 100 \sin 60 \text{ lb} = 86.6 \text{ lb}$$

$$F_x = F \cos 45 = 50 \cos 45 \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

$$F_y = F \sin 45 = 50 \sin 45 \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

Realizing that Fy has a direction defined by –j, we have

$$\mathbf{F = 535.4i - 35.4j + 86.6k6 \text{ lb}}$$ **Ans.**

To show that the magnitude of this vector is indeed 100 lb, apply Eq. 2–4,

$$A = \sqrt{[A_x^2 + A_y^2 + A_z^2]} \quad (2\text{–}4)$$

$$= \sqrt{[\,(35.4)^2 + (35.4)^2 + (86.6)^2\,]} = 100 \text{ lb}$$

If needed, the coordinate direction angles of **F** can be determined from the components of the unit vector acting in the direction of **F**. Hence,

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}/F = (F_x/F)\,\mathbf{i} + (F_y/F)\,\mathbf{j} + (F_z/F)\,\mathbf{k} = (35.4/100)\,\mathbf{i} - (35.4/100)\,\mathbf{j} + (86.6/100)\,\mathbf{k}$$

$$= 0.354\mathbf{i} - 0.354\mathbf{j} + 0.866\mathbf{k}$$

so that

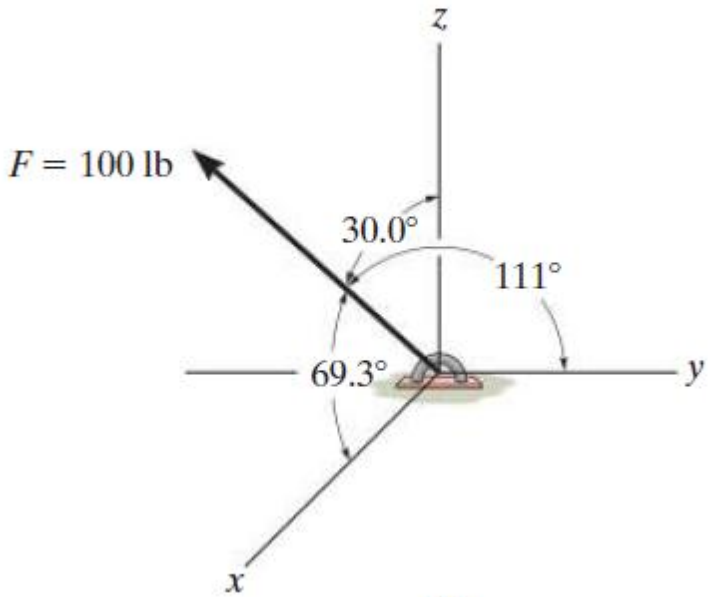
$$\alpha = \cos^{-1}(0.354) = 69.3^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}(-0.354) = 111^\circ$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

$$\gamma = \cos^{-1}(0.866) = 30.0^\circ$$

These results are shown in Fig. 2–30*c*.



(c)

2.7 Position Vectors In this section we will introduce the concept of a position vector. It will be shown that this vector is of importance in formulating a Cartesian force vector directed between two points in space.

متجهات الموقع في هذا القسم سنقدّم **مفهوم متجه الموقع** .سيتم توضيح أن هذا المتجه ذو أهمية في صياغة **متجه القوة الكارتزي الموجه بين نقطتين في الفضاء.**

x, *y*, *z* Coordinates. Throughout the book we will use a *righthanded* coordinate system to reference the location of points in space. We will also use the convention followed in many technical books, which requires the positive *z* axis to be directed *upward* (the zenith direction) so that it measures the height of an object or the altitude of a point. The *x*, *y* axes then lie in the horizontal plane, Fig. 2–32.

إحداثيات: x, y, z طوال الكتاب، سنستخدم **نظام إحداثيات يميني اليد** لتحديد موقع النقاط في الفضاء. كما سنستخدم **الاتفاقية المتبعة في العديد من الكتب التقنية**، والتي تتطلب أن يكون **المحور z الموجب موجهًا للأعلى**)اتجاه الذروة أو السماء) بحيث يقيس **ارتفاع جسم ما أو علو نقطة** .المحاور **x** و **y** تقع عندها في **المستوى الأفقي**، كما هو موضح في الشكل 2–32.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

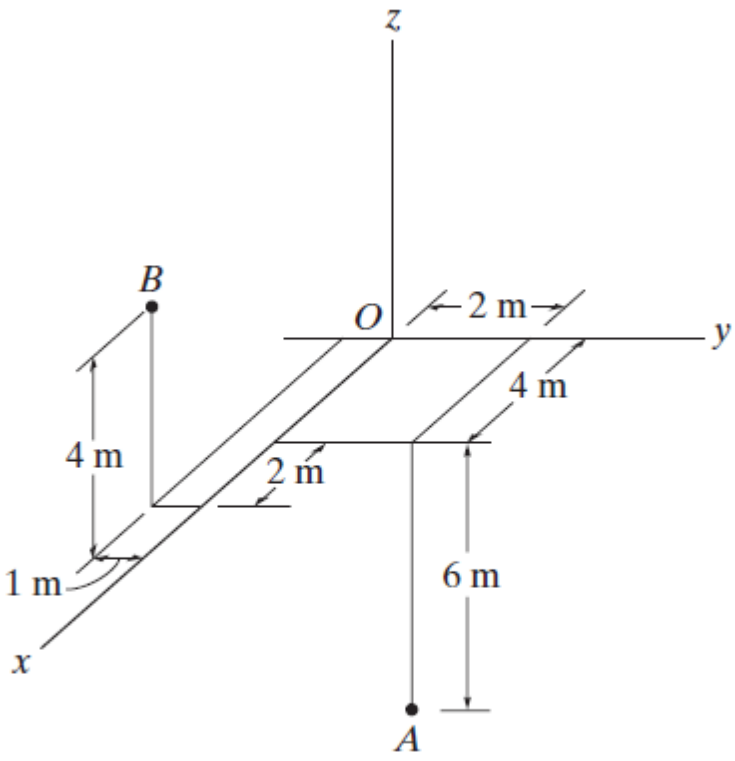


Fig. 2–32

Points in space are located relative to the origin of coordinates, *O*, by successive measurements along the *x*, *y*, *z* axes. For example, the coordinates of point *A* are obtained by starting at *O* and measuring x_A = +4 m along the *x* axis, then y_A = +2 m along the *y* axis, and finally z_A = - 6 m along the *z* axis, so that *A*(4 m, 2 m, - 6 m). In a similar manner, measurements along the *x*, *y*, *z* axes from *O* to *B* yield the coordinates of *B*, that is, *B*(6 m, -1 m, 4 m).

يتم تحديد موقع النقاط في الفضاء **بالنسبة لأصل الإحداثيات O** عن طريق قياسات متتالية على المحاور **x**، **y**، **z**. على سبيل المثال، يتم الحصول على إحداثيات النقطة **A** بالبدء من **O** وقياس x_A=+4 : على طول المحور x و y_A=+2 على طول المحور y و z_A=−6 على طول المحور z

وبذلك تصبح إحداثيات النقطة **A (4 م، 2 م، -6 م)** بنفس الطريقة، تعطي القياسات على المحاور **x**، **y**، **z** من **O** إلى النقطة **B** إحداثيات **B**، أي **B (6، -1، 4)**.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

Position Vector. A ***position vector*** **r** is defined as a fixed vector which locates a point in space relative to another point. For example, if **r** extends from the origin of coordinates, *O*, to point *P*(*x*, *y*, *z*), Fig. 2–33*a*, then **r** can be expressed in Cartesian vector form as $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ Note how the head-to-tail vector addition of the three components yields vector **r**, Fig. 2–33*b*. Starting at the origin *O*, one "travels" *x* in the +**I** direction, then *y* in the +**j** direction, and finally *z* in the +**k** direction to arrive at point *P*(*x*, *y*, *z*).

متجه الموقع:

يُعرّف **متجه الموقع r** على أنه متجه ثابت يحدد موقع نقطة في الفضاء **بالنسبة إلى نقطة أخرى**.

على سبيل المثال، إذا امتد المتجه **r** من **أصل الإحداثيات O** إلى النقطة **P(x, y, z)**، كما هو موضح في الشكل 2–a33، فإن **r** يمكن التعبير عنه في شكل متجه كارتزي كما يلي **r=xi+yj+zk**

لاحظ كيف يؤدي **جمع المتجهات من الرأس إلى الذيل** للمكونات الثلاثة إلى الحصول على المتجه **r**، كما هو موضح في الشكل 2–33 .b بدءًا من الأصل **O**، "نسافر" مسافة **x** في اتجاه **i+**، ثم **y** في اتجاه **j+**، وأخيرًا **z** في اتجاه **k+** للوصول إلى النقطة **P(x, y, z)**.

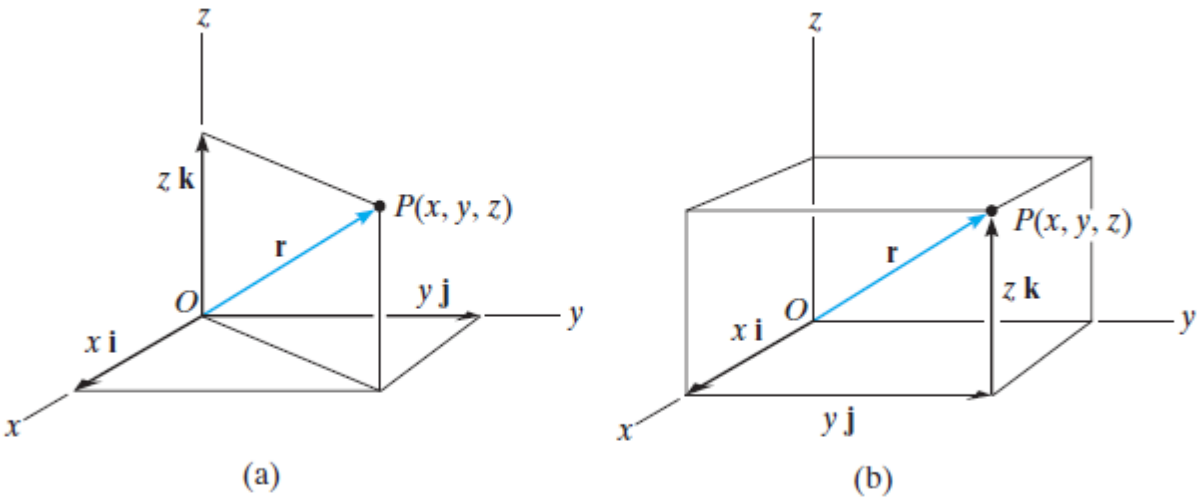


Fig. 2–33

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

In the more general case, the position vector may be directed from point *A* to point *B* in space, Fig. 2–34*a*. This vector is also designated by the symbol **r**. As a matter of convention, we will *sometimes* refer to this vector with *two subscripts* to indicate from and to the point where it is directed. Thus, **r** can also be designated as $\mathbf{r}_{AB}$. Also, note that $\mathbf{r}_A$ and $\mathbf{r}_B$ in Fig. 2–34*a* are referenced with only one subscript since they extend from the origin of coordinates.

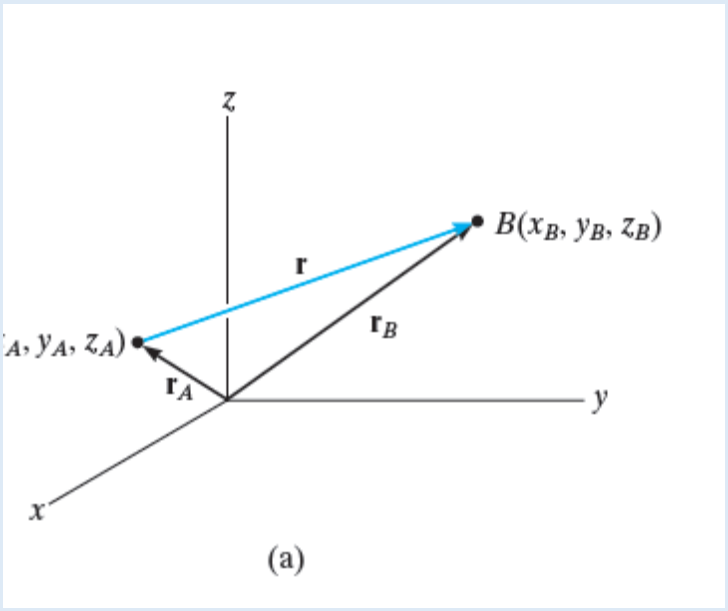
From Fig. 2–34*a*, by the head-to-tail vector addition, using the triangle rule, we require

في الحالة العامة، قد يكون متجه الموقع موجهًا من النقطة **A** إلى النقطة **B** في الفضاء، كما هو موضح في الشكل 2–34 a. يُرمز لهذا المتجه أيضًا بالرمز **r**. كمسألة اتفاقية، سنشير أحيانًا إلى هذا المتجه باستخدام **رمزين فرعيين** للإشارة إلى النقطة البداية والنهاية. بالتالي، يمكن أيضًا تسمية المتجه بـ $\mathbf{r}_{AB}$.

لاحظ أيضًا أن $\mathbf{r}_A$ و $\mathbf{r}_B$ في الشكل 2–34 a يُشار إليهما برمز فرعي واحد فقط، لأنها تمتد من **أصل الإحداثيات**.

من الشكل 2–34a، باستخدام **جمع المتجهات من الرأس إلى الذيل** وطبقًا **لقاعدة المثلثات**، نحتاج إلى:

$$\mathbf{r}_A + \mathbf{r} = \mathbf{r}_B$$



Solving for **r** and expressing $\mathbf{r}_A$ and $\mathbf{r}_B$ in Cartesian vector form yields

حل معادلة r والتعبير عن r_A و r_B بالشكل المتجه الديكارتي يعطي:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B\mathbf{i} + y_B\,\mathbf{j} + z_B\mathbf{k}) - (x_A\mathbf{i} + y_A\,\mathbf{j} + z_A\mathbf{k})$$

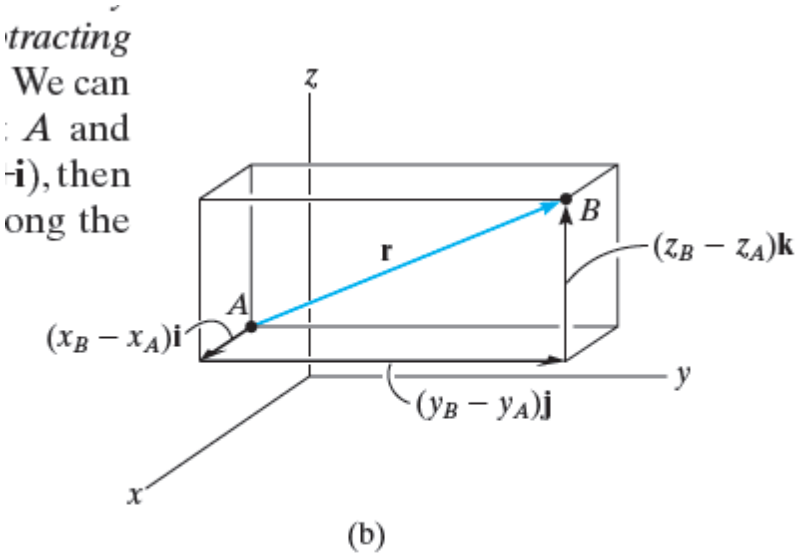
Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

or

$$\mathbf{r} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k} \qquad (2\text{–}11)$$

Thus, the **i**, **j**, **k** *components of the position vector* **r** *may be formed by taking the coordinates of the tail of the vector* $A(x_A, y_A, z_A)$ *and subtracting them from the corresponding coordinates of the head* $B(x_B, y_B, z_B)$. We can also form these components *directly*, Fig. 2–34*b*, by starting at *A* and moving through a distance of $(x_B - x_A)$ along the positive *x* axis (+**i**), then $(y_B - y_A)$ along the positive *y* axis (+**j**), and finally $(z_B - z_A)$ along the positive *z* axis (+**k**) to get to *B*.

وبالتالي، يمكن تكوين مركبات المتجه الموضع r على المحاور i,j,k عن طريق أخذ إحداثيات ذيل المتجه $A(x_A,y_A,z_A)$ وطرحها من الإحداثيات المقابلة لرأس المتجه $B(x_B,y_B,z_B)$ يمكن أيضًا تكوين هذه المركبات مباشرة، كما في الشكل 2–b34، بالبدء من النقطة A والتحرك بمقدار (x_B-x_A) على محور x الموجب(+i) ، ثم (y_B-y_A) على محور y الموجب (+j)، وأخيرًا (z_B-z_A) على محور z الموجب (+k) للوصول إلى النقطة B.



(b)

Fig. 2–34

If an *x*, *y*, *z* coordinate system is established, then the coordinates of two points *A* and *B* on the cable can be determined. From this the position vector **r** acting along the cable can be formulated. Its magnitude represents the distance from *A* to *B*, and its unit vector, $\mathbf{u} = \mathbf{r}/r$, gives the direction defined by α, β, γ.

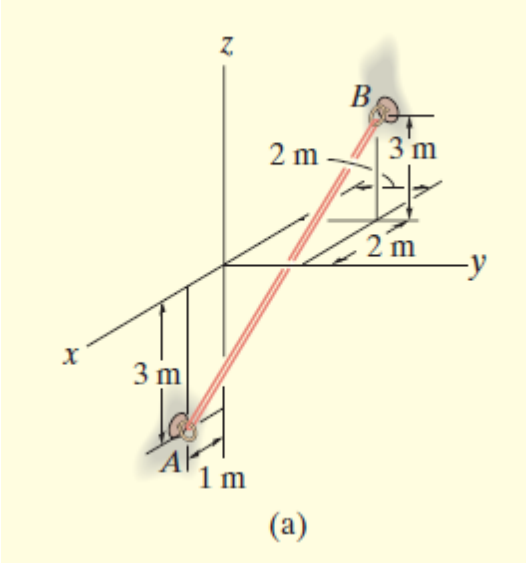
Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

إذا تم إنشاء نظام إحداثيات x,y,z، فيمكن تحديد إحداثيات نقطتين A وB على الحبل. من هذا يمكن صياغة متجه الموضع r الذي يعمل على طول الحبل. إن مقداره يمثل المسافة من A إلى B، والمتجه الوحدة له $\mathbf{u} = \mathbf{r}/r$ يعطي الاتجاه المحدد بالزوايا α,β,γ.

Example

An elastic rubber band is attached to points *A* and *B* as shown in Fig. 2–35*a*. Determine its length and its direction measured from *A* toward *B*.

تم تثبيت شريط مطاطي مرن بين النقطتين A وB كما هو موضح في الشكل 2–35a. حدد طوله واتجاهه من A إلى B.



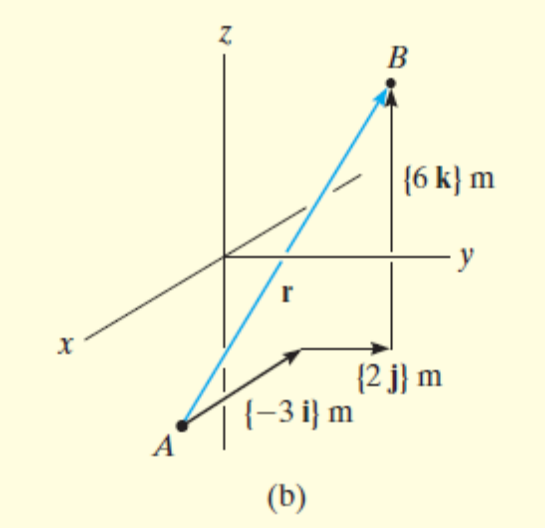
Solution

We first establish a position vector from *A* to *B*, Fig. 2–35*b*. In accordance with Eq. 2–11, the coordinates of the tail *A*(1 m, 0, -3 m) are subtracted from the coordinates of the head *B*(-2 m, 2 m, 3 m), which yields

أولاً، نحدد متجه الموضع من A إلى B، كما في الشكل 2–35b. وفقًا للمعادلة 2–11، تُطرح إحداثيات ذيل المتجه A(1 m,0,−3 m) من إحداثيات رأس المتجه B(−2 m,2 m,3 m) مما يعطي:

$$\mathbf{r} = [-2\text{ m} - 1\text{ m}]\mathbf{i} + [2\text{ m} - 0]\,\mathbf{j} + [3\text{ m} - (-3\text{ m})]\mathbf{k} = [-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}]\text{ m}$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com



These components of **r** can also be determined *directly* by realizing that they represent the direction and distance one must travel along each axis in order to move from *A* to *B*, i.e., along the *x* axis [-3**i**] m, along the *y* axis [2**j**] m, and finally along the *z* axis [6**k**] m. The length of the rubber band is therefore

يمكن أيضًا تحديد مركبات هذا المتجه مباشرة من خلال فهم أنها تمثل الاتجاه والمسافة التي يجب التحرك فيها على كل محور للوصول من Aإلى B، أي: على محور x [-3i] m، على محور y [2j] m، وأخيرًا على محور z [6k] m. وبالتالي، يكون طول الشريط المطاطي:

$$r = \sqrt{[(-3\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2 + (6\ \text{m})^2]} = 7\ \text{m} \quad \textit{Ans.}$$

Formulating a unit vector in the direction of **r**, we have

لصياغة متجه وحدة في اتجاه r، نحصل على:

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} / r = -3/7\ \mathbf{i} + 2/7\ \mathbf{j} + 6/7\ \mathbf{k}$$

The components of this unit vector give the coordinate direction angles

$$\alpha = \cos^{-1}(-3/7) = 115^\circ \quad \textit{Ans.}$$

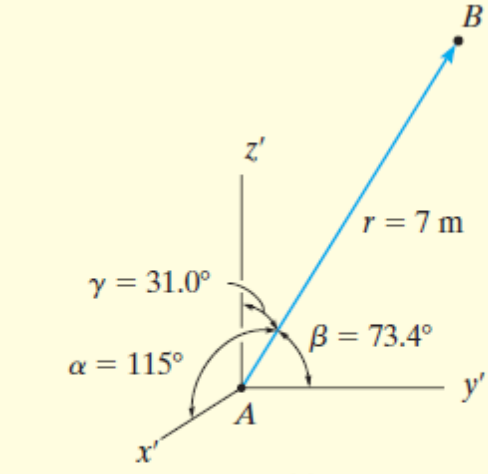
$$\beta = \cos^{-1}(2/7) = 73.4^\circ \quad \textit{Ans.}$$

$$\gamma = \cos^{-1}(6/7) = 31.0^\circ \quad \textit{Ans.}$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

NOTE: These angles are measured from the *positive axes* of a localized coordinate system placed at the tail of **r**, as shown in Fig. 2–35*c*.

ملاحظة :تُقاس هذه الزوايا من المحاور الموجبة لنظام الإحداثيات الموضعي الموضوعة عند ذيل المتجه rrr، كما هو موضح في الشكل c.35–2



(c)

Fig. 2–35

Force Vector Directed Along a Line **متجه القوة الموجه على طول خط**

Quite often in three-dimensional statics problems, the direction of a force is specified by two points through which its line of action passes. Such a situation is shown in Fig. 2–36, where the force **F** is directed along the cord *AB*. We can formulate **F** as a Cartesian vector by realizing that it has the *same direction* and *sense* as the position vector **r** directed from point *A* to point *B* on the cord. This common direction is specified by the ***unit vector*** **u** = **r**>*r*. Hence,

في كثير من الأحيان في مسائل الاستاتيكا ثلاثية الأبعاد، يُحدد اتجاه القوة بواسطة نقطتين يمر عبرهما خط عملها. تظهر هذه الحالة في الشكل 2–36، حيث القوة Fموجهة على طول الحبل AB. يمكننا صياغة Fكمتجه ديكارتي عن طريق إدراك أنه له نفس الاتجاه والحس المتجه لمتجه الموضع rالموجه من النقطة Aإلى النقطة Bعلى الحبل. يتم تحديد هذا الاتجاه المشترك بواسطة متجه الوحدة:

$$\mathbf{F} = F\,\mathbf{u} = F(\,\mathbf{r}/r\,) = F[(\,(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}) \,/\, \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}]$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

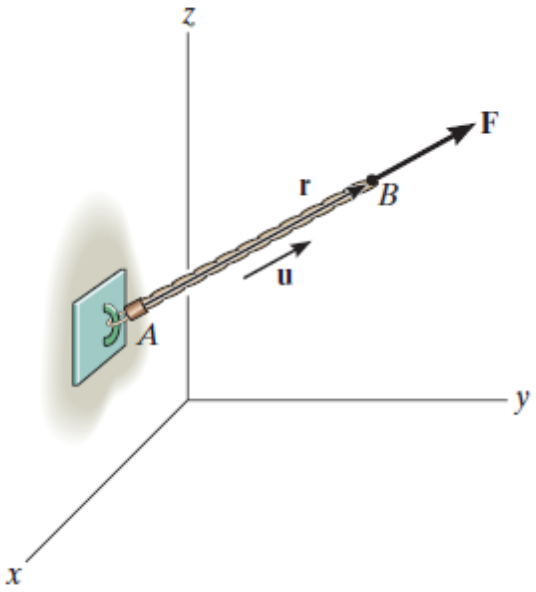


Fig. 2–36

Although we have represented **F** symbolically in Fig. 2–36, note that it has *units of force*, unlike **r**, which has units of length.

The force **F** acting along the rope can be represented as a Cartesian vector by Establishing *x*, *y*, *z* axes and first forming a position vector **r** along the length of the rope. Then the corresponding unit vector **u** = **r**>*r* that defines the direction of both the rope and the force can be determined. Finally, the magnitude of the force is combined with its direction, **F** = *F***u**.

على الرغم من أننا مثلنا Fبشكل رمزي في الشكل 2–36، لاحظ أنه له وحدات القوة، على عكس rالذي له وحدات الطول.

يمكن تمثيل القوة Fالموجهة على طول الحبل كمتجه ديكارتي عن طريق:

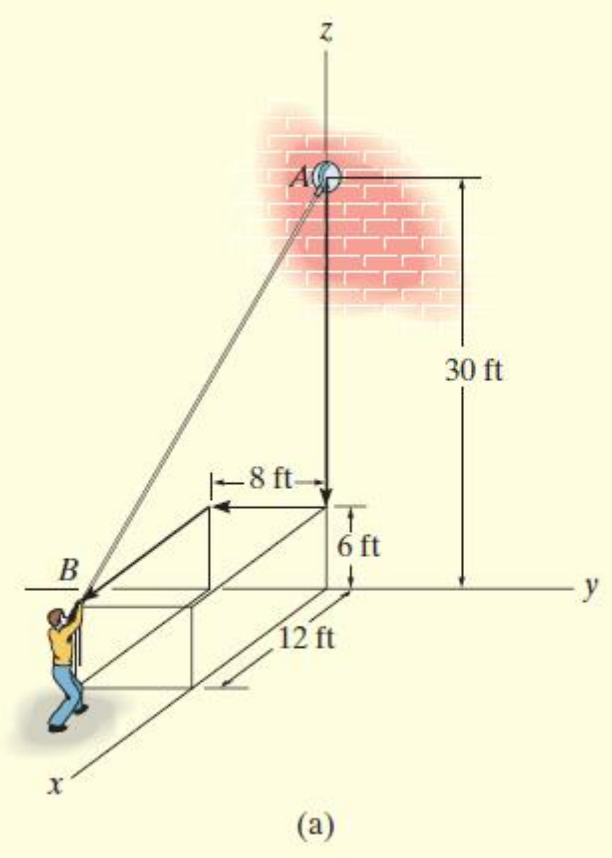
1. إنشاء محاور x,y,zوتكوين متجه الموضع rعلى طول الحبل .
2. ثم تحديد متجه الوحدة u= r/|r|الذي يحدد اتجاه الحبل والقوة .
3. أخيرًا، دمج مقدار القوة مع اتجاهها .F=Fu :

Example

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

The man shown in Fig. 2–37*a* pulls on the cord with a force of 70 lb. Represent this force acting on the support *A* as a Cartesian vector and determine its direction.

الرجل الموضح في الشكل 2–37a يسحب الحبل بقوة مقدارها 70 lb مثّل هذه القوة الموجهة على الدعم A كمتجه ديكارتي وحدد اتجاهها.



Solution

Force **F** is shown in Fig. 2–37*b*. The *direction* of this vector, **u**, is determined from the position vector **r**, which extends from *A* to *B*. Rather than using the coordinates of the end points of the cord, **r** can be determined *directly* by noting in Fig. 2–37*a* that one must travel from *A* {-24**k**} ft, then {-8**j**} ft, and finally {12**i**} ft to get to *B*. Thus, **r** = [12**i** - 8**j** - 24**k**] ft

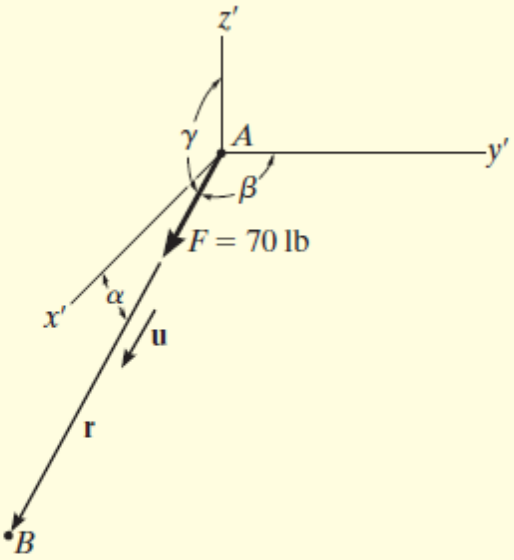
The magnitude of **r**, which represents the *length* of cord *AB*, is

القوة F موضحة في الشكل 2–37b. يتم تحديد اتجاه هذا المتجه u من متجه الموضع r الممتد من A إلى B. بدلاً من استخدام إحداثيات طرفي الحبل، يمكن تحديد r مباشرةً بملاحظة الشكل 2–37a، حيث يجب التحرك من A {-24k}، ثم {-8j} ، وأخيرًا {12i} قدم للوصول إلى B. وبالتالي: **r** = [12**i** - 8**j** - 24**k**]

مقدار r، الذي يمثل طول الحبل AB، هو:

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

$$r = \sqrt{[(12\text{ ft})^2 + (-8\text{ ft})^2 + (-24\text{ ft})^2]} = 28\text{ ft}$$



(b)

Fig. 2–37

Forming the unit vector that defines the direction and sense of both **r** and **F**, we have

تكوين متجه الوحدة الذي يحدد اتجاه وحس كل من r و F

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}/r = (12/28)\,\mathbf{i} - (8/28)\,\mathbf{j} - (24/28)\mathbf{k}$$

Since **F** has a *magnitude* of 70 lb and a *direction* specified by **u**, then

نظرًا لأن مقدار القوة F يساوي 70 lb والاتجاه محدد بواسطة u، فإن:

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = 70\text{ lb}[(12/28)\,\mathbf{i} - (8/28)\mathbf{j} - (24/28)\mathbf{k}]$$

$$= [30\mathbf{i} - 20\mathbf{j} - 60\mathbf{k}]\text{ lb}$$ *Ans.*

The coordinate direction angles are measured between **r** (or **F**) and the *positive axes* of a localized coordinate system with origin placed at *A*, Fig. 2–37*b*. From the components of the unit vector:

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

تُقاس زوايا اتجاه الإحداثيات بين rأو Fوالمحاور الموجبة لنظام إحداثيات موضعي عند A، كما في الشكل 2–37 .bمن مركبات متجه الوحدة:

$$\alpha = \cos^{-1}(12/28) = 64.6^{o}\ \textit{Ans.}$$

$$\beta = \cos^{-1}(-8/28) = 107^{o}\ \textit{Ans.}$$

$$\gamma = \cos^{-1}(-24/28) = 149^{o}\ \textit{Ans.}$$

NOTE: These results make sense when compared with the angles identified in Fig. 2–37*b*.

ملاحظة : هذه النتائج منطقية عند مقارنتها بالزوايا الموضحة في الشكل 2–37.b

Dot Product **الضرب النقطي**

Occasionally in statics one has to find the angle between two lines or the components of a force parallel and perpendicular to a line. In two dimensions, these problems can readily be solved by trigonometry since the geometry is easy to visualize. In three dimensions, however, this is often difficult, and consequently vector methods should be employed for the solution. The dot product, which defines a particular method for "multiplying" two vectors, can be used to solve the above-mentioned problems.

The ***dot product*** of vectors **A** and **B**, written **A** . **B** and read "**A** dot **B**," is defined as the product of the magnitudes of **A** and **B** and the cosine of the angle u between their tails, Fig. 2–40. Expressed in equation form,

أحيانًا في الاستاتيكا، يلزم إيجاد الزاوية بين خطين أو مركبات القوة الموازية والمتعامدة على خط معين. في بعدين، يمكن حل هذه المسائل بسهولة باستخدام المثلثات، لكن في ثلاثة أبعاد غالبًا ما يكون ذلك صعبًا، لذا يُستخدم الأسلوب المتجهي.

الضرب النقطي بين متجهين Aو B، ويكتب A·B ، يعرف بأنه حاصل ضرب مقدار كل متجه في الآخر مضروبًا في جيب تمام الزاوية θبينهما:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos\theta \quad (2\text{–}12)$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

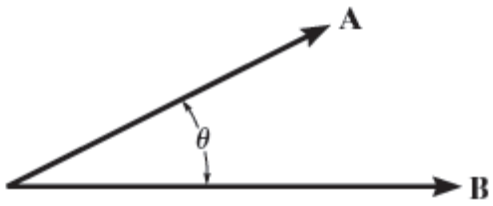


Fig. 2–40

where $0^o \le \theta \le 180^o$. The dot product is often referred to as the *scalar product* of vectors since the result is a *scalar* and not a vector.

يسمى أحيانًا **الضرب العددي (Scalar Product)** لأن الناتج يكون عددًا حقيقيًا وليس متجهًا.

Laws of Operation. **قوانين الضرب النقطي**

1. Commutative law: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ قانون التبادلية

2. Multiplication by a scalar: $a\,(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (a\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (a\mathbf{B})$ الضرب بالعدد

3. Distributive law: $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})$ قانون التوزيع

Cartesian Vector Formulation. Equation 2–12 must be used to find the dot product for any two Cartesian unit vectors. For example, $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = (1)(1)\cos 0^o = 1$ and $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = (1)(1)\cos 90^o = 0$. If we want to find the dot product of two general vectors **A** and **B** that are expressed in Cartesian vector form, then we have

الصيغة الديكارتية:

لحساب الضرب النقطي لمتجهين في شكل ديكارتي:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}) \cdot (B_x\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\mathbf{k})$$

$$= A_xB_x(\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}) + A_xB_y(\mathbf{i} \cdot \mathbf{j}) + A_xB_z(\mathbf{i} \cdot \mathbf{k}) + A_yB_x(\mathbf{j} \cdot \mathbf{i}) + A_yB_y(\mathbf{j} \cdot \mathbf{j}) + A_yB_z(\mathbf{j} \cdot \mathbf{k}) + A_zB_x(\mathbf{k} \cdot \mathbf{i}) + A_zB_y(\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}) + A_zB_z(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k})$$

Carrying out the dot-product operations, the final result becomes

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \quad (2\text{–}13)$$

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

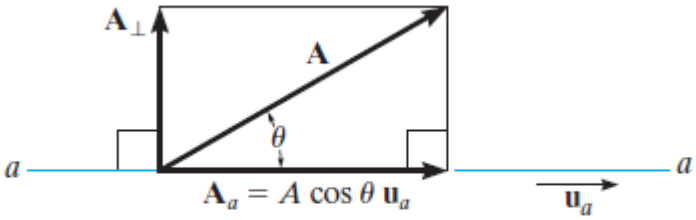


Fig. 2–41

Thus, to determine the dot product of two Cartesian vectors, multiply their corresponding x, y, z components and sum these products algebraically. Note that the result will be either a positive or negative *scalar*, or it could be zero.

أي، لضرب متجهين ديكارتياً، اضرب المركبات المماثلة لكل من x,y,zواجمع النتائج. الناتج يكون عددًا موجبًا أو سالبًا، أو قد يكون صفرًا.

Determine the magnitudes of the projection of the force **F** in Fig. 2–42 onto the *u* and v axes.

حدد مقدار إسقاط القوة Fعلى المحاور uو vفي الشكل 2–42.

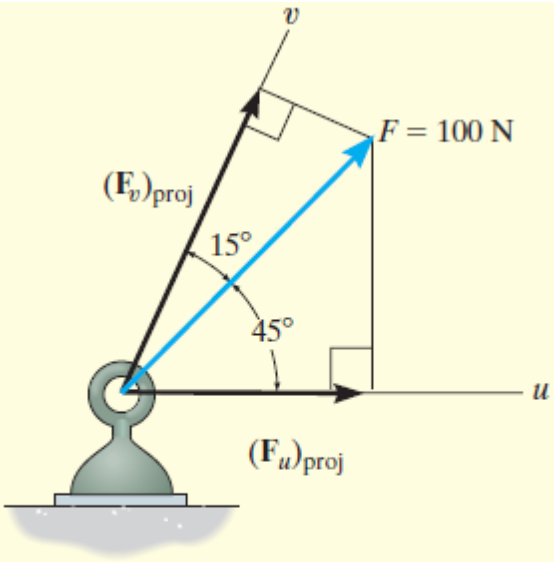


Fig. 2–42

Solution

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com

Projections of Force. The graphical representation of the *projections* is shown in Fig. 2–42. From this figure, the magnitudes of the projections of **F** onto the *u* and v axes can be obtained by trigonometry:

الإسقاطات الرسومية موضحة في الشكل 2–42. يمكن الحصول على مقدار الإسقاطات عن طريق المثلثات:

$$(F_u)_{proj} = (100\ N)\cos 45^o = 70.7\ N \quad Ans.$$

$$(F_v)_{proj} = (100\ N)\cos 15^o = 96.6\ N \quad Ans.$$

NOTE: These projections are not equal to the magnitudes of the components of force **F** along the *u* and v axes found from the parallelogram law. They will only be equal if the *u* and v axes are *perpendicular* to one another.

ملاحظة : هذه الإسقاطات لا تساوي بالضرورة مركبات القوة على المحاور u وv المستخرجة من قانون المتوازي، إلا إذا كانت المحاور u وv متعامدة.

Dr.moawia Ibrahim hamedelnil – moawiaibrahim73@gmail.com